



## Identification the Location and Pumping Discharge of Unknown Wells Using the Learning Automata Algorithm

Ravak Pourjafar Chafjiri<sup>1</sup> | Hossein Mohammad Vali Samani<sup>2</sup> |  
Seyyed Habib Mousavi Jahromi<sup>3</sup>

1. Department of Civil Engineering, Shahr-e-Qods Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Email: [r.pourjafar@qodsiau.ac.ir](mailto:r.pourjafar@qodsiau.ac.ir)
2. Corresponding Author, Department of Civil Engineering, Shahr-e-Qods Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Email: [h.samani@qodsiau.ac.ir](mailto:h.samani@qodsiau.ac.ir)
3. Department of Civil Engineering, Shahr-e-Qods Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Email: [drhmousavi58@qodsiau.ac.ir](mailto:drhmousavi58@qodsiau.ac.ir)

---

### Article Info

### ABSTRACT

**Article type:**

Research Article

**Article history:**

Received 6 December 2022

Received in revised form

5 February 2023

Accepted 26 March 2023

Published online 12 October 2023

**Keywords:**

*Inverse Problem*

*Learning Automata*

*Optimization*

*Unknown Wells*

The present article proposes a model using the inverse problem to find locations and pumping discharges of unknown wells. The simulation is performed by using the two-dimensional groundwater flow equation, which is solved by the finite difference numerical technique. The learning automata algorithm has been used as a tool for optimization. The simulation and the optimization models are linked to obtaining the final model. To identify the location and discharge of the unknown wells, the proposed model changes the discharges of the wells and studies the influence on the objective function which is the root mean square error of the calculated and observed piezometric head. The wells which increase the objective function are deleted. After the completion of this stage, the locations of the wells are moved to the vicinity in all directions and the locations which yield fewer errors in terms of the objective function will result in the final locations. To check the efficiency of this model, two hypothetical aquifers were used in a steady and unsteady flow state, in which there are some unknown wells. The prepared model showed the ability to determine these wells' number, location, and flow rate with the accuracy of the root mean square error of 0.061 meters in the first numerical example and 0.010 in the second numerical example.

---

**Cite this article:** Pourjafar Chafjiri, R., Mohammad Vali Samani, H., & Mousavi Jahromi, S. H. (2023). Identification the Location and Pumping Discharge of Unknown Wells Using the Learning Automata Algorithm. *Journal of Water and Irrigation Management*, 13 (3), 629-649. DOI: <https://doi.org/10.22059/jwim.2023.352151.1035>



© The Author(s).

DOI: <https://doi.org/10.22059/jwim.2023.352151.1035>

Publisher: University of Tehran Press.



## شناسایی مکان و دبی پمپاژ چاه‌های ناشناخته با استفاده از الگوریتم اتوماتای یادگیر

راوک پور جعفر چافجیری<sup>۱</sup> | حسین محمد ولی سامانی<sup>۲\*</sup> | سید حبیب موسوی چهرمی<sup>۳</sup>

۱. گروه مهندسی عمران، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانه: [r.pourjafar@qodsiau.ac.ir](mailto:r.pourjafar@qodsiau.ac.ir)

۲. نویسنده مسئول، گروه مهندسی عمران، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانه: [h.samanii@qodsiau.ac.ir](mailto:h.samanii@qodsiau.ac.ir)

۳. گروه مهندسی عمران، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانه: [drhmusavi58@qodsiau.ac.ir](mailto:drhmusavi58@qodsiau.ac.ir)

### اطلاعات مقاله چکیده

در مقاله حاضر، یک مدل مبتنی بر روش مسئله معکوس، برای پیدا کردن مکان و دبی پمپاژ چاه‌های ناشناخته، پیشنهاد شده است. شبیه‌سازی توسط معادله دو بعدی جریان آب زیرزمینی صورت گرفته است که با استفاده از تکنیک عددی تفاضل‌های محدود حل می‌گردد. برای بهینه‌سازی، از یک مدل مبتنی بر الگوریتم اتوماتای یادگیر استفاده شده است. دو مدل شبیه‌سازی و بهینه‌سازی در مدل پیشنهادی ادغام شده‌اند. مدل پیشنهادی، به منظور رسیدن به شرایط بهینه، دبی چاه‌ها را تغییر می‌دهد و تأثیر آن را بر تابع هدف که خطای ریشه میانگین مربعات ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده و مشاهده شده است، بررسی می‌کند. چاه‌هایی که تابع هدف را افزایش می‌دهند حذف می‌شوند. پس از اتمام این مرحله، چاه‌ها در تمام جهات به نقاط همسایگی منتقل می‌شوند و در نهایت مکان‌هایی که خطای تابع هدف کمتری دارند، به عنوان مکان نهایی انتخاب می‌شوند. برای بررسی کارایی این مدل از دو آبخوان فرضی در حالت جریان ماندگار و غیر ماندگار که در آن‌ها تعدادی چاه ناشناخته وجود دارد، استفاده گردید. مدل تهیه شده توانایی تعیین تعداد، موقعیت و دبی این چاه‌ها با دقت خطای جذر میانگین مربعات تفاضل ۰/۶۱ متر در مثال عددی اول و ۰/۱۰ در مثال عددی دوم را نشان داد.

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۹/۱۵

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۱/۱۶

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۱/۰۶

تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۷/۲۰

### کلیدواژه‌ها:

اتوماتای یادگیر

بهینه‌سازی

چاه‌های ناشناخته

مسئله معکوس

استناد: پور جعفر چافجیری، راوک؛ محمد ولی سامانی، حسین؛ و موسوی چهرمی، سید حبیب (۱۴۰۲). شناسایی مکان و دبی پمپاژ چاه‌های ناشناخته با استفاده

از الگوریتم اتوماتای یادگیر. نشریه مدیریت آب و آبیاری، ۱۳ (۳)، ۶۲۹-۶۴۹. DOI: <https://doi.org/10.22059/jwim.2023.352151.1035>



© نویسنده‌گان.

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.

## ۱- مقدمه

بهره‌برداری طولانی‌مدت، باعث کاهش شدید آب‌های زیرزمینی در بسیاری از مناطق سراسر جهان شده است. به گونه‌ای که خروجی پژوهش‌ها مربوط به آب‌های زیرزمینی، با نرخ متوسط سالیانه  $10/1$  درصد بین سال‌های  $۱۹۷۸$  تا  $۲۰۱۷$  افزایش یافته است (Jia *et al.*, 2020). بهره‌برداری بی‌رویه از سفره‌های زیرزمینی و خشکسالی‌های اخیر، می‌تواند باعث ایجاد وضعیت بحرانی (Samani, 2021) و کاهش سیستماتیک سطوح پیزومتریک (Van Camp *et al.*, 2010) شود. تأثیر افزایش سریع جمعیت، همراه با توسعه شهرنشینی، در نوسانات آب‌های زیرزمینی قابل توجه است (Yar, 2020) و خطر فرونشست زمین را افزایش می‌دهد (Nguyen *et al.*, 2022) و فرونشست زمین بهدلیل کاهش آب‌های زیرزمینی، می‌تواند به‌طور قابل توجهی مانع توسعه اقتصادی و اجتماعی (Su *et al.*, 2021) و تغییرات مکرر و پرهزینه زیرساخت‌های شهری، مانند جاده‌ها و کانال‌های توزیع آب و گاز (Castellazzi *et al.*, 2021) گردد. پمپاژ آب‌های زیرزمینی می‌تواند عامل کاهش جریان پایه رودخانه باشد و امکان افزایش نفوذ آب شور به رودخانه را فراهم کند (Peters *et al.*, 2022). پمپاژ بیش از حد از سفره‌های زیرزمینی، تهدیدی بزرگ در مناطقی از سراسر جهان است که پیش‌تر، درگیر استفاده بی‌رویه از سفره‌های زیرزمینی بودند و یا از تغییرات اقلیمی رنج می‌بردند (Ejaz *et al.*, 2022); همچنین می‌تواند بر امنیت غذایی و آب تأثیر بگذارد (Dangar *et al.*, 2021) و منجر به بی‌ثباتی‌های اجتماعی و اقتصادی بیش‌تر در سه دهه آینده گردد (Mazzoni *et al.*, 2018).

یکی از مهم‌ترین مشکلات، در راستای مدیریت آب‌های زیرزمینی، عدم اطلاع از میزان و محل برداشت آب از سفره‌های زیرزمینی است که عموماً به صورت غیرمجاز صورت می‌پذیرد. با این همه، مطالعات اندکی در زمینه شناسایی مکان چاههای غیرمجاز و یا ناشناخته و دبی پمپاژ آن‌ها صورت گرفته است.

مطالعات انجام‌شده در خصوص بهینه‌سازی<sup>۱</sup> مکان چاههای، اغلب در راستای مدیریت کمی آب‌های زیرزمینی، با استفاده از تعیین مکان و دبی چاههای پمپاژ و تزریق (Elçi and Ayvaz, 2014; Park *et al.*, 2021; Redoloza and Li, 2019; Tameh *et al.*, 2016) و یا مدیریت کیفی آب‌های زیرزمینی، با استفاده از شناسایی منبع و میزان و انتشار آلدگی آب‌های زیرزمینی (Bashi-Azghadi and Kerachian, 2010; Janža, 2022; Mehmood *et al.*, 2020; Sit *et al.*, 2021) می‌باشد. با این همه، عدم اطلاع از تعداد، موقعیت و میزان پمپاژ از چاههای برداشت موجود، دسترسی به این اهداف را ناممکن و یا دست کم سخت می‌نماید.

Tung and Chou (2004) یک الگوی طبقه‌بندی‌شده و جستجوی تابو را برای تخمین میانگین نرخ پمپاژ آب زیرزمینی و بهینه‌سازی پهنه‌بندی، با استفاده از تفاصل خطای تراز آب محاسباتی و مشاهداتی به کار گرفتند. Saffi and Cheddadi (2007) یک روش جبری، برای به‌دست‌آوردن ماتریس ضرایب نفوذ‌پذیری در یک آبخوان نیمه‌محدود یک‌بعدی ارائه دادند و در نهایت ضرایب نفوذ به‌دست‌آمده را برای شناسایی پمپاژ غیر قانونی از آب زیرزمینی به کار گرفتند. Ayvaz and Karahan (2008) یک مدل شبیه‌سازی<sup>۲</sup> بهینه‌سازی<sup>۳</sup> مبتنی بر تکرار ارائه دادند که در آن هر کدام از چاهها در یک زیر حوزه قرار داده شد و تعداد چاههای ناشناخته و دبی پمپاژ آن‌ها را با استفاده از الگوریتم ژنتیک و کمینه‌نمودن تفاصل ارتفاعات هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی به‌دست آوردند. Saffi and Cheddadi (2010) پمپاژ غیرمجاز از آب زیرزمینی را به عنوان یک مسئله معکوس<sup>۴</sup> در نظر گرفتند. آن‌ها از روش المان محدود، به‌منظور شبیه‌سازی سناریوهای مختلف فرضی، برای جستجوی مناطق مشکوک و بهینه‌سازی با استفاده از حداقل‌کردن خطای مربعات ارتفاع هیدرولیکی شبیه‌سازی شده و مشاهداتی استفاده کردند.

استفاده از مسئله معکوس، به عنوان یک راه کار مؤثر در مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی، بیش از سه دهه است که

مورداستفاده قرار گرفته است (Tsai *et al.*, 2005). مدل‌سازی معکوس، فرایند تخمین اطلاعات، با استفاده از اندازه‌گیری‌های به دست آمده است (Carrera *et al.*, 2005). در حقیقت مسئله معکوس به استفاده از نتایج مشاهدات واقعی، برای تخمین پارامترهای مربوط به سیستم، که به راحتی و به صورت مستقیم قابل محاسبه نیستند، اشاره دارد (Boyce and Bai *et al.*, 2020). مسئله معکوس تاکنون در پژوهش‌های متعدد بهینه‌سازی آب‌های زیرزمینی (Yeh, 2014; Hörning *et al.*, 2019; Winton *et al.*, 2011 Giacobbo *et al.*, 2002; Halloran *et al.*, 2019; Hokr and Balvín, 2021; Huang *et al.*, 2008; ) (Moghaddam *et al.*, 2021; Motevalli *et al.*, 2019; Zio, 1997 Alcolea *et al.*, 2006; Ferraresi *et al.*, 1996; Park *et al.*, 2021) به کار رفته است.

در سال‌های اخیر، استفاده از الگوریتم‌های تکاملی، در مسائل متنوع بهینه‌سازی، به دلایل مختلفی مانند توانایی بالا در یافتن جواب مطلوب، بسیار گسترش یافته است (Ayvaz and Karahan, 2008). روش‌های یادگیری تقویتی<sup>۴</sup> مبتنی بر الگوریتم اتوماتای یادگیر<sup>۵</sup> در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی، به منظور پایش آب‌های زیرزمینی بسیار کارآمد می‌باشد (Babbar-Sebens and Mukhopadhyay, 2009) (Tilak *et al.*, 2011) (Rezvanian *et al.*, 2019) از الگوریتم یادگیری مبتنی بر اتوماتای یادگیر، برای حل یک مدل تصادفی است که در چارچوب یادگیری تقویتی عمل می‌کند و ابزاری مفید برای حل بسیاری از مسائل پیچیده دنیای واقعی است که در آن عدم قطعیت وجود دارد و یا دسترسی به کل اطلاعات مربوط به محیط وجود ندارد (Rezvanian *et al.*, 2019).

مسئله پیچیده بهینه‌سازی چندمعیاره مربوط به مدیریت آبخیزداری استفاده کردند.

با توجه به پیچیدگی مسائل مربوط به شناسایی مکان چاههای غیرمجاز یا ناشناخته، تمامی پژوهش‌های ذکر شده در این خصوص با محدودیت‌هایی از قبیل عدم توانایی در تخمین تعداد چاههای غیرمجاز یا ناشناخته، حجم بالای محاسبات، حتی در شرایط به کارگیری تعداد چاههای ناشناخته کم و عدم توانایی در شرایط وجود تعداد چاههای ناشناخته بیش‌تر مواجه می‌باشند.

به دلیل توانایی‌های روش اتوماتای یادگیر در این پژوهش برای اولین بار از آن در تعیین مکان تعداد و دبی پمپاژ چاههای ناشناخته در بهره‌برداری از سفره آب زیرزمینی استفاده شده است. این روش قابلیت تخمین موقعیت، دبی و تعداد چاههای ناشناخته در شرایط مختلف و بدون محدودیت در تعداد آن‌ها را دارد. روش پیشنهادی از سه مرحله تشکیل شده است. در مرحله اول تعدادی چاه پیشنهادی با دبی و جانمایی فرضی برای مدل تعریف می‌شود. در مرحله دوم حذف چاههای پیشنهادی بررسی می‌گردد و هر کدام از این چاهها که غیرفعال کردن آن‌ها خطای مدل را کاهش می‌دهد، از مدل حذف می‌شوند. در مرحله سوم، موقعیت چاههای باقیمانده در همسایگی‌های خود بررسی می‌گردد و هر کدام از چاهها در صورت رسیدن به خطای کوچک‌تر در هر کدام از نقاط همسایه، به نقطه موردنظر انتقال می‌یابد. در پژوهش حاضر از حل، با استفاده از مسئله معکوس استفاده می‌شود که در آن شبیه‌سازی و بهینه‌سازی با هم ترکیب می‌گردند. نتایج نشان می‌دهد که این روش از دقت و سرعت بالایی برخوردار می‌باشد.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- شبیه‌سازی ریاضی آب‌های زیرزمینی

برای شبیه‌سازی سفره آب زیرزمینی، از معادله‌ی دو بعدی جریان آب زیرزمینی برای آبخوان تحت فشار ناهمگن غیر ایزوتrop (Bear, 2012)، به شرح ذکر شده در معادله (۱) استفاده شده است.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \sum_{(i)} \frac{Q(x_i, y_i, t)}{\delta x \delta y} \delta(x - x_i, y - y_i) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad |i \in n, t \in D \quad (1)$$

$$\delta(x - x_i, y - y_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } x = x_i, y = y_i \\ 0 & \text{if } x \neq x_i, y \neq y_i \end{cases}$$

در معادله (۱)،  $h$  ارتفاع هیدرولیکی  $[L]$ ،  $T$  قابلیت انتقال  $[L^2/T]$ ،  $x$  و  $y$  مختصات دکارتی مستقل  $[L]$ ،  $n$  مجموعه شاخص که مکان همه چاههای پمپاژ و تزریق را مشخص می‌کند،  $D$  تعداد دوره‌های زمانی در نظر گرفته شده،  $Q(x_i, y_i, t)$  نرخ پمپاژ / تزریق چاه  $i$  ام در دوره زمانی  $t$  ام  $[L^3/T]$  تابع دلتای دیراک  $\delta$  و  $S$  ضریب ذخیره است. این معادله پس از گسسته‌سازی، با روش تفاضل محدود، توسط نرم‌افزار مادفلو<sup>۱</sup> (Harbaugh, 2005) حل می‌گردد (۲۰۰۵).

## ۲- روشهای بهینه‌سازی اتوماتای یادگیر

این روش یک روش بهینه‌سازی غیرخطی است که در آن یک تابع هدف، حداقل‌سازی می‌گردد. در تحقیق حاضر، تعداد، مکان و دبی پمپاژ چاههای ناشناخته، مجھول است. تابع هدف انتخاب شده عبارت است از خطای جذر میانگین مجموع مربعات<sup>۱۱</sup> اختلاف ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده و مشاهده شده. ارتفاع هیدرولیکی مشاهده شده در شرایط واقعی توسط پیزومترهایی که در سطح کل حوزه جاگذاری می‌شوند، اندازه‌گیری می‌شود و ارتفاع هیدرولیکی محاسبه‌ای با مدل شبیه‌سازی MODFLOW 2005 به دست می‌آید.

اتوماتای یادگیر، با انتخاب یک عمل از مجموعه عمل‌های خود و اعمال آن بر محیط، رفتار می‌کند. عمل مذکور توسط یک محیط تصادفی ارزیابی می‌شود و اتوماتا از پاسخ محیط برای انتخاب عمل بعدی خود استفاده می‌کند. در طی این فرایند، اتوماتا یاد می‌گیرد که عمل بهینه را انتخاب نماید. نحوه استفاده از پاسخ محیط، به عمل انتخابی اتوماتا که در جهت انتخاب عمل بعدی اتوماتا استفاده می‌شود، توسط الگوریتم یادگیری اتوماتا مشخص می‌گردد (Mars et al., 2018; Narendra and Thathachar, 2012).

## ۳- بیان مسئله تحقیق

این روش از سه مرحله تشکیل شده است که برای هر دوره زمانی انجام می‌شود. در مرحله اول، تعداد قابل توجهی چاه، که خیلی بیشتر از تعداد چاههای ناشناخته واقعی هستند، با دبی و موقعیت فرضی، برای مدل تعریف می‌گردند. سپس مدل، با استفاده از اتوماتای یادگیر و براساس جانمایی صورت گرفته برای چاههای پمپاژ پیشنهادی، دبی پمپاژ بهمنظور رسیدن به شرایط بهینه که در آن خطای جذر میانگین مربعات تفاضل ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده و مشاهده شده به حداقل می‌رسد، تعیین می‌دهد. در مرحله دوم، حذف چاههای مختلف بررسی می‌گردد. در صورتیکه پس از غیرفعال کردن چاه انتخابی، خطای کمتر شود، چاه موردنظر حذف می‌گردد و در غیر این صورت، تا پایان آن دوره زمانی، در مدل باقی می‌ماند. به این طریق، تعداد زیادی از چاههای فرضی اولیه، از مدل حذف می‌گردند. در پایان این مرحله، تعداد چاههای ناشناخته و موقعیت تقریبی آن‌ها به دست می‌آید. برای یافتن شرایط بهینه و محل دقیق چاهها، در مرحله سوم، موقعیت هر کدام از چاهها در نقاط همسایگی خود بررسی شده و در صورت رسیدن به خطای کوچک‌تر، جایه‌جا می‌گردد.

بهمنظور بهینه‌سازی دبی پمپاژ چاهها، خطای جذر میانگین مربعات تفاضل، با استفاده از مقایسه ارتفاع هیدرولیکی محاسباتی به دست آمده از معادله (۱) و ارتفاع هیدرولیکی مشاهداتی در پیزومترها، توسط معادله ذیل محاسبه می‌گردد:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N [h(x_j, y_j, t) - \bar{h}(x_j, y_j, t)]^2}{N}} \quad (2)$$

در معادله (۲)،  $h(x_i, y_i, t)$  ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده در نقطه قرارگیری پیزومتر زام، در دوره زمانی  $t$  ام،  $\bar{h}(x_i, y_i, t)$  ارتفاع رؤیت شده در پیزومتر زام و دوره زمانی  $t$  ام و  $N$  مجموعه شاخص مکان همه پیزومترها می باشد. برای بهینهسازی دبی چاههای ناشناخته، در این تحقیق از روش اتوماتی یادگیر استفاده شده است که در آن، هر بار عمل انتخابی، تغییر یکی از دبی های پیشنهادی، بهصورت تصادفی می باشد. این تغییر در ابتدا بهصورت تصادفی، بزرگ تر و یا کوچک تر کردن دبی مذکور می باشد. سپس معادله شبیه سازی (معادله ۱)، با تغییر صورت گرفته حل می شود و خطای جذر میانگین مربعات تفاضل ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده و مشاهده شده (معادله ۲) بررسی می گردد. در صورت کوچک ترشدن خطای مذکور، جهت انتخابی تغییر دبی پذیرفته شده و در دفعه بعدی که به صورت تصادفی، چاه مذکور انتخاب شد، دوباره تغییر دبی در همان مسیر صورت خواهد گرفت و در غیر این صورت جهت تغییر دبی، برعکس خواهد شد. بیان ریاضی مراحل سه گانه این پژوهش، به شرح ذیل می باشد.

### ۲-۱-۳ مرحله اول

در این مرحله، تعداد  $n$  چاه در دوره زمانی  $t$  ام، با دبی پیشنهادی اولیه، برای مدل تعريف می شود. مکان این چاهها تا پایان مرحله اول ثابت باقی می ماند. بنابراین مجھولات مسئله، در این مرحله، تنها دبی پمپاژ چاهها خواهد بود. شبیه سازی اولیه، با استفاده از معادله (۱) حل می شود و با استفاده از الگوریتم اتوماتی یادگیر مبتنی بر تکرار، دبی پمپاژ چاهها، بهمنظور دستیابی به میزان خطای حداقلی تابع هدف (معادله ۲)، با شرط ثابت ماندن محل چاههای پیشنهادی، بهینه می گردد. در هر مرحله از فرایند تکرار محاسبات، اگر دبی چاه  $i$  ام، یعنی  $(Q_{x_i, y_i, t})$  صفر شود، چاه مذکور، از مدل حذف می گردد.

### ۲-۲-۳ مرحله دوم

در این مرحله، امکان حذف هر کدام از چاهها بررسی می گردد. در ابتدا همه چاهها قابل حذف در نظر گرفته می شوند. بدین منظور، هر بار، از میان چاههای قابل حذف، چاه با کوچک ترین دبی، انتخاب شده و موقتاً غیر فعال می شود. سپس بهینه سازی دبی چاهها با الگوریتم اتوماتی یادگیر و بررسی میزان خطای خطا در تابع هدف، در شرایط جدید صورت می گیرد. چنانچه مقدار تابع هدف کمتر شود، چاه مذکور حذف می شود و در غیر این صورت چاه مذکور دوباره فعال شده و غیر قابل حذف، در نظر گرفته خواهد شد. این فرایند برای کلیه چاهها اجرا می شود و نهایتاً تعدادی از چاهها حذف شده و چاههای باقی مانده که غیر قابل حذف می باشند، همان چاههای ناشناخته خواهند بود که با باقی ماندن آنها در مدل، مقدار تابع هدف در این مرحله حداقل شده است. با بیان ریاضی:

$$\begin{cases} \{Q_m \rightarrow \text{Will be deleted} & \text{if } RMS_m < RMS \\ \{n = n - 1 \\ \{Q_m \rightarrow \text{Can't be deleted} & \text{if } RMS_m \geq RMS \\ \{n_n = n_n + 1 \end{cases} \quad \text{رابطه (۳)}$$

در شرایطی که  $Q_m$  دبی چاه با کوچک ترین دبی،  $RMS$  میزان خطای مدل، قبل از غیرفعال کردن چاه  $m$  ام،  $RMS_m$  میزان خطای مدل، پس از غیرفعال کردن چاه  $m$  ام و بهینه سازی دبی چاهها و  $n_n$  تعداد چاههای غیر قابل حذف، در نظر گرفته شده است. در این مرحله نیز با توجه به ثابت بودن مکان چاههای پیشنهادی، مجھولات مسئله تنها دبی پمپاژ چاهها خواهد بود.

### ۲-۳-۳- مرحله سوم

در این مرحله، برای هر یک از چاهها نقاط همسایگی در نظر گرفته می‌شود و هر کدام از چاهها به ترتیب، در تمام نقاط همسایگی خود بررسی می‌گردند. زمانیکه چاهی به یکی از نقاط همسایگی خود منتقل شد، سایر چاهها در محل قبلی خودشان باقی می‌مانند. در حالت کلی، هر چاه امکان قرارگیری در نه نقطه همسایگی و یک نقطه مرکزی (هشت نقطه همسایگی و یک نقطه مرکزی) را دارد ولی در صورت قرارگیری چاه در شرایط مزدی، نقاط همسایگی کاهش خواهند یافت. شکل (۱) موقعیت‌های مختلف قرارگیری یک چاه را نشان می‌دهد.

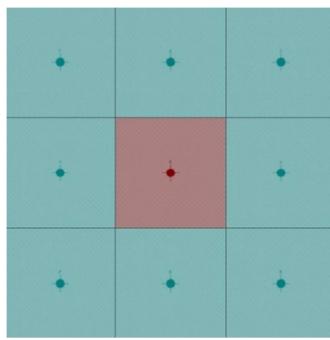


Figure 1. ● Location of the central point – ● Location of neighborhood points

روش کار به این صورت است که چاه  $s$  ام به یکی از نقاط همسایگی خود انتقال می‌یابد ( $s=1, 2, \dots, n$ ) و سایر چاهها در مکان خود باقی می‌مانند. پس از انتقال چاه  $s$  ام به همسایگی  $c$  ام به همسایگی  $c=1, 2, \dots, 9$  دبی چاهها برای موقعیت قرارگیری فعلی چاهها، با استفاده از اتوماتای یادگیر، بهینه می‌گردد و خطای  $RMS_{s-c}$  برای آن محاسبه می‌شود. در حالی که  $RMS_{s-c}$  نشان دهنده خطای در شرایطی است که چاه  $s$  ام در همسایگی  $c$  ام خود و سایر چاهها در مکان قبلی خود قرار دارند. پس از این که چاه  $s$  ام در همه همسایگی‌های خود بررسی گردید، نقطه مرکزی آن، به جایی منتقل می‌گردد که کمترین  $RMS_{s-c}$  را داشته است.

پس از تعیین موقعیت جدید چاه  $s$  ام، مرحله سوم، برای چاه  $(s+1)$  ام تکرار می‌گردد. در حالی که چاه  $s$  ام در محل جدید تعیین شده خود قرار دارد. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که دیگر هیچ چاهی پس از بررسی در نقاط همسایگی خود، نقطه‌ای غیر از نقطه مرکزی قبلی خود را به عنوان موقعیت جدید انتخاب نکند. نکته قابل توجه این است که اگرچه در مرحله سوم محاسبات، موقعیت چاهها تغییر می‌نماید، ولیکن این جابه‌جایی فقط در نقاط از پیش تعیین شده همسایگی‌هاست و انتخاب موقعیت جدید هر چاه، بر مبنای خطای به دست آمده تعیین می‌گردد. بنابراین در مرحله سوم نیز مجھولات مسئله، تنها دبی پمپاژ چاهها می‌باشند. فلوچارت روش پیشنهادی، در شکل (۲) قابل مشاهده است.

### ۲-۳-۴- مثال‌های عددی

در این قسمت، عملکرد روش پیشنهادی، بر روی دو آبخوان فرضی بررسی خواهد شد. مثال اول، مربوط به یک آبخوان تحت فشار دو بعدی، با هندسه ساده و جریان ماندگار، با پنج چاه پمپاژ می‌باشد. فرض بر این است که از چاههای پمپاژ، اطلاعاتی در دست نیست و هدف اصلی مسئله، پیدا کردن تعداد، مکان و میزان دبی پمپاژ چاههای است. مثال دوم مربوط به یک آبخوان تحت فشار دو بعدی، با شکلی پیچیده و جریان غیر ماندگار می‌باشد. در این آبخوان نیز، پنج چاه پمپاژ قرار دارد که سه چاه آن قانونی بوده و مکان و میزان دبی این چاهها معلوم است ولی اطلاعاتی از دو چاه ناشناخته، در دست

نیست. بنابراین هدف اصلی مسئله، پیدا کردن تعداد، موقعیت و میزان دبی پمپاژ این چاهها، در هر دوره زمانی است. توجه شود که مثال‌های عددی از Ayvaz and Karahan (2008) اقتباس شده‌اند. تمامی محاسبات، توسط یک کد نوشته شده در محیط پایتون، در یک لپ‌تاپ، با پردازنده ۲/۲۰ گیگاهرتز و رم ۶ گیگابایت انجام می‌شود.

### ۲-۳-۵- مثال یک (جريان ماندگار)

در این مثال، از یک آبخوان دو بعدی تحت فشار ناهمگن و ایزوتروپ، تحت شرایط جریان ماندگار، با ابعاد ۳۲۰۰ متر در ۳۲۰۰ متر برای مدل‌سازی استفاده شده است. شکل (۳-a)، نمای پلان این آبخوان را نشان می‌دهد. مرز شرقی این آبخوان، دارای ارتفاع هیدرولیکی ثابت ۱۰۰ متر می‌باشد و سایر مرزهای آبخوان، بدون جریان می‌باشند. تعداد ۴۰ پیزومتر مشاهده‌ای در مدل وجود دارد که در آن‌ها ارتفاع هیدرولیکی مشاهده شده، ثبت شده است. پنج چاه پمپاژ در مدل وجود دارد. غیر از چاه pw5 که دبی پمپاژ آن ۲۰۰۰ مترمکعب در روز است، سایر چاه‌ها دارای دبی پمپاژ ۴۰۰۰ مترمکعب در روز هستند. ابتدا مسئله به‌طور مستقیم با استفاده از مدل شبیه‌سازی حل می‌شود و ارتفاع هیدرولیکی در کلیه نقاط سفره آب زیر زمینی به‌دست می‌آید. ارتفاع هیدرولیکی در نقاطی که پیزومتر مشاهده‌ای قرار دارد به عنوان ارتفاع هیدرولیکی مشاهده‌ای فرض می‌شود. سپس مکان، تعداد و دبی پمپاژ این پنج چاه، مجھول فرض می‌شود و با استفاده از مدل پیشنهادی، این مجھولات باید تعیین شوند. بنابراین هدف مسئله یافتن تعداد، مکان و دبی پمپاژ این چاه‌هاست.

مدل مذکور از رابطه (۱) برای شبیه‌سازی استفاده می‌نماید و سپس برای بهینه‌سازی، با به کارگیری الگوریتم اتوماتای یادگیر، خطای جذر میانگین مربعات را که مطابق رابطه (۲) با استفاده از مقادیر ارتفاعات هیدرولیکی محاسبه شده در مدل‌سازی و ارتفاعات هیدرولیکی مشاهده شده توسط پیزومترهای مشاهده‌ای، در محل پیزومترهای مشاهده‌ای به‌دست می‌آید، به حداقل می‌رساند. به منظور حل معادله شبیه‌سازی (۱) فضای مسئله به بلوک‌های ۱۰۰ متر در ۱۰۰ متر، تقسیم می‌گردد (شکل ۳-b). ضمناً در شکل (۴-a) خطوط هم تراز ارتفاع هیدرولیکی آب زیرزمینی و در قسمت (b) مقادیر مختلف ضرایب انتقال آبخوان قابل مشاهده است. حل مسئله، در سه مرحله، به شرح زیر صورت می‌پذیرد.

۱- در مرحله اول، ۲۵ چاه پمپاژ فرضی، با دبی پیشنهادی ۱۰۰۰ مترمکعب در روز، مطابق با شکل (۵-a) برای مدل تعریف گردید. در این مرحله، در شرایطی که مکان چاه‌های پمپاژ فرضی، ثابت باقی می‌ماند، مدل پیشنهادی، با استفاده از الگوریتم اتوماتای یادگیر، به منظور به حداقل رسانیدن خطای تابع هدف، اقدام به تغییر دبی پمپاژ چاه‌ها می‌نماید. در هر مرحله از فرایند تکرار محاسبات، اگر دبی چاهی صفر گردد، مدل آنرا حذف می‌نماید. این مرحله تا جایی ادامه می‌یابد که دیگر مدل پیشنهادی، قادر به کاهش میزان خطای مذکور نباشد.

۲- در مرحله دوم، همه چاه‌ها به ترتیب، مورد بررسی قرار می‌گیرند و هر بار مدل، از میان چاه‌های بررسی نشده، چاه با کمترین دبی را غیر فعال می‌نماید و سپس با الگوریتم اتوماتای یادگیر، اقدام به بهینه‌سازی دبی چاه‌های پمپاژ می‌کند. اگر با این تغییر، خطای تابع هدف، در مقایسه با خطای ثبت شده، پیش از غیرفعال کردن چاه مذکور، کمتر شده باشد؛ دبی چاه غیرفعال، حذف شده و در غیر این صورت چاه مذکور، دوباره فعال شده و تا پایان محاسبات، دیگر حذف نخواهد شد. این مرحله تا جایی ادامه می‌یابد که همه چاه‌های تعیین شده، بررسی شوند. در پایان این قسمت، همانند شکل (b)

(۵) مدل پیشنهادی، موفق به حذف ۲۰ چاه پمپاژ شد و پنج چاه پمپاژ در مدل باقی ماند.

۳- در مرحله سوم، هر کدام از چاه‌ها به ترتیب در نقاط همسایگی از پیش تعیین شده خود، بررسی می‌گردد، در حالی که سایر چاه‌ها در مکان خود باقی مانده‌اند. مکان جدید چاه متحرک، مکانی است که دارای کمترین خطاست. این مرحله زمانی به پایان می‌رسد که همه چاه‌ها پس از بررسی در نقاط مختلف همسایگی خود، نقطه مرکزی قبلی خود را

دوباره به عنوان نقطه مرکزی، انتخاب نمایند. شکل (۱)، نتایج نهایی به دست آمده در این مسئله را نشان می‌دهند. هم‌چنین در شکل (۵-۴) می‌توان خطوط تراز ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده در پایان عملیات بهینه‌سازی را مشاهده نمود.

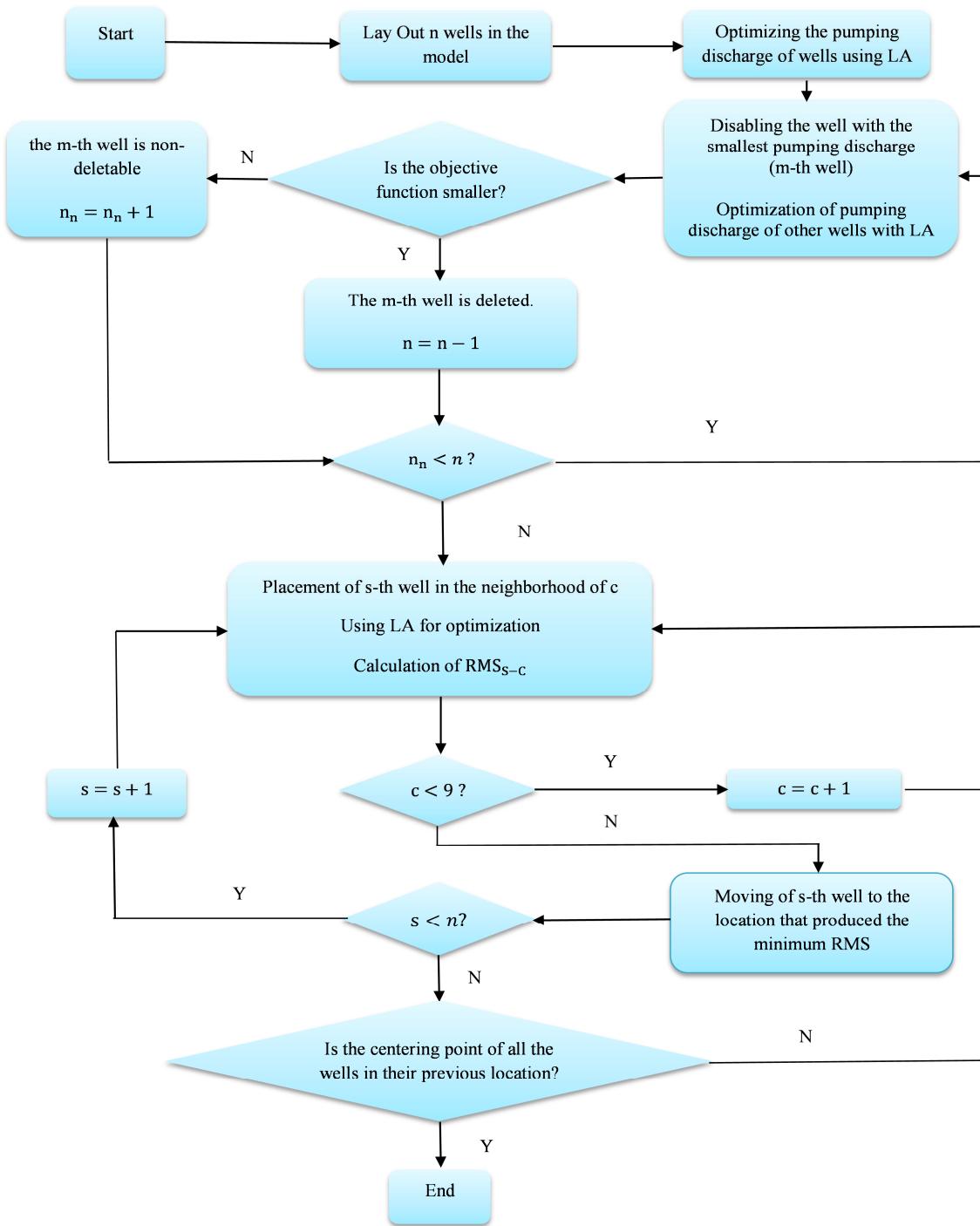
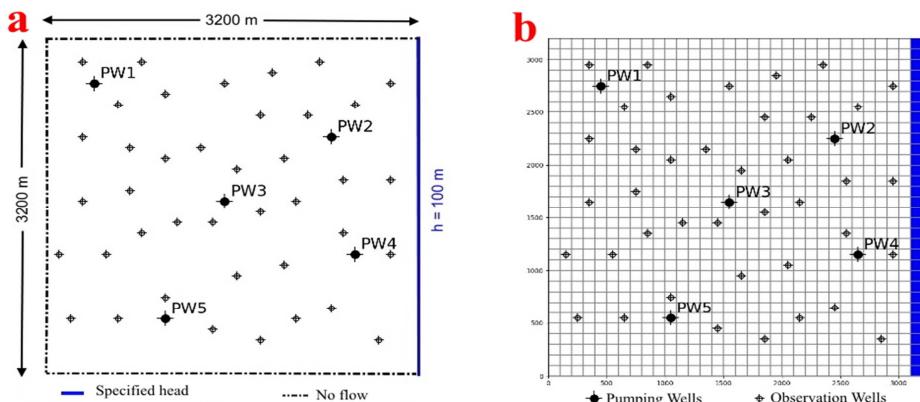
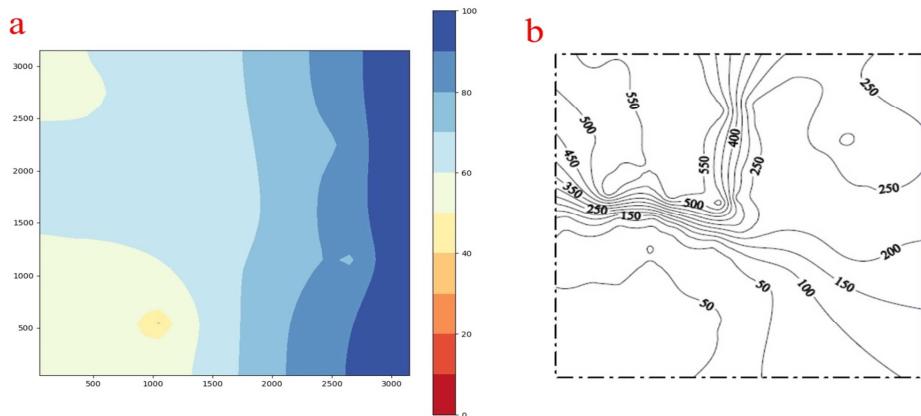


Figure 2. Flowchart of the proposed method

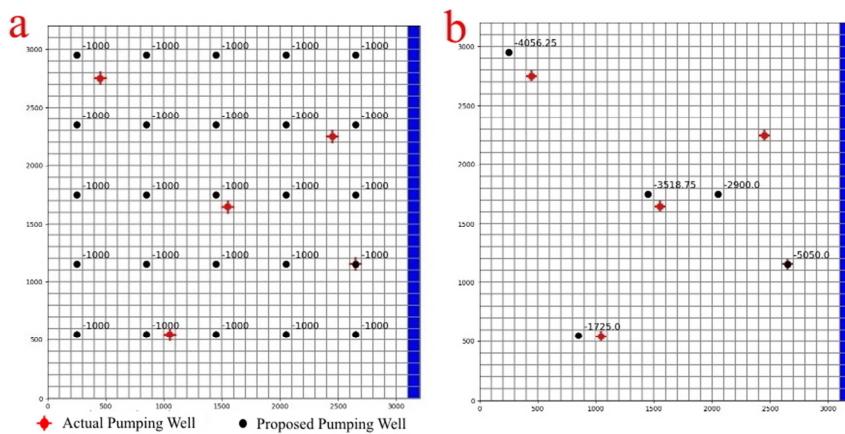
همان طور که در جدول (۱) قابل مشاهده است، مدل پیشنهادی، موفق به یافتن موقعیت دقیق همه چاههای پمپاژ گردید و بیشترین خطای نسبی، در محاسبه میزان دبی پمپاژ، در چاه PW2 و معادل  $1/5$  درصد، میانگین خطای نسبی  $6/0$  درصد و خطای RMS برابر با  $1061/0$  متر به دست آمد، که نشان‌دهنده تطابق خوب نتایج مدل با واقعیت می‌باشد.



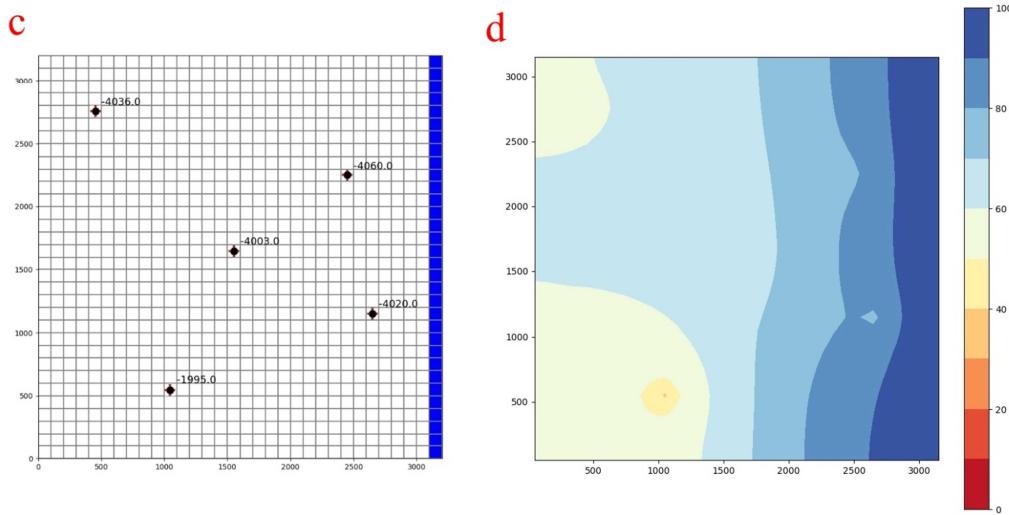
**Figure 3.** (a) Plan view of two-dimensional confined aquifer (b) Discretized aquifer simulation



**Figure 4.** (a) Hydraulic head contour of groundwater (meters) (b) Utilized transmissivity field ( $\text{m}^2/\text{day}$ )



**Figure 5.** (a) Placement of proposed wells in the first step (b) Results of the second step of optimization



**Figure 5.** (c) End of the third step of optimization (d) Calculated hydraulic head contours of groundwater at the end of the optimization (meters)

**Table 1.** Comparison of exact and proposed method results

Well name	Pumping well location		Pumping discharge		Percent of relative error	RMS error	Simulation number
	Exact	Identified	Exact	Identified			
PW1	(5, 5)	(5, 5)	4000	4036	0.9		
PW2	(10, 25)	(10, 25)	4000	4060	1.5		
PW3	(16, 16)	(16, 16)	4000	4003	0.1	0.061	46247
PW4	(21, 27)	(21, 27)	4000	4020	0.5		
PW5	(27, 11)	(27, 11)	2000	1995	0.3		

### ۲-۳-۶- مثال دو (جريان غير ماندگار)

در مثال قبل، عملکرد روش پیشنهادی، بر روی یک آبخوان با هندسه ساده و جریان ماندگار بررسی شد. اما در دنیای واقعی، آبخوان‌ها اغلب دارای شکل پیچیده‌تری هستند. همچنین برای تخمین دقیق‌تر رفتار آبخوان، در بسیاری از موارد لازم است جریان، تحت شرایط غیر ماندگار بررسی گردد. از این رو در مثال دوم، از یک آبخوان تحت فشار دو بعدی ناهمگن و ایزوتروپ، با حوزه پیچیده و شرایط جریان غیر ماندگار، استفاده شده است. شکل (۶-a) نمای پلان آبخوان را نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل (۶-a) قابل مشاهده است، آبخوان مذکور در قسمتی از مرز غربی خود، دارای ارتفاع هیدرولیکی مشخص است که مقدار آن از نقطه A با ارتفاع ۱۰۱/۹۵ متر تا نقطه B با ارتفاع ۹۸/۰۱ متر، به صورت خطی تغییر می‌نماید. سایر قسمت‌های مرزی آبخوان، بدون جریان می‌باشند. طول و عرض این آبخوان در قسمت‌های مختلف، متفاوت می‌باشد و بیشترین فاصله افقی و عمودی آن، به ترتیب ۸۳۶۰ متر و ۱۲۱۶۰ متر می‌باشد. ضریب ذخیره در تمامی نقاط آبخوان ۰/۰۰۰۱ می‌باشد.

۲۳ پیزومتر مشاهده‌ای در حوزه مسئله وجود دارد که موقعیت آن‌ها نیز در شکل (۶-a) آمده است. به منظور حل معادله شبیه‌سازی، حوزه مسئله، مطابق شکل (۶-b) با بلوك‌های مستطیلی با ابعاد افقی و عمودی به ترتیب ۲۲۰ متر و ۱۹۰ متر، گسسته شده است. شکل (۶-c) نیز مقادیر مختلف قابلیت انتقال آبخوان را نشان می‌دهد. بهینه‌سازی مدل پیشنهادی، در هر دوره زمانی، با استفاده از کمینه کردن خطای RMS در محل پیزومترهای مشاهده‌ای صورت می‌پذیرد. ضمناً در شکل (۷) خطوط تراز ارتفاع هیدرولیکی آب زیرزمینی در همه دوره‌های زمانی، قابل مشاهده می‌باشد. شبیه‌سازی در چهار دوره زمانی، که هر کدام از آن‌ها ۹۰ روز می‌باشد، انجام می‌گیرد.

پنج چاه پمپاژ، مطابق شکل (۶) در حوزه مسئله وجود دارد که سه تا از آن‌ها مجاز می‌باشند و اطلاعات مربوط به موقعیت و میزان دبی پمپاژ آن‌ها در تمام دوره‌های زمانی، مطابق جدول (۲) مشخص می‌باشد. دو چاه پمپاژ ناشناخته نیز در دشت وجود دارد که اطلاعات آن‌ها در جدول (۳) ارائه شده است. ولیکن در اینجا برای بررسی توانایی مدل تهیه شده، فرض می‌شود که هیچ‌گونه اطلاعاتی از تعداد، موقعیت و میزان دبی پمپاژ آن‌ها وجود ندارد. بنابر این هدف اصلی مسئله، یافتن تعداد، موقعیت و میزان دبی پمپاژ این چاه‌ها در هر دوره زمانی است. همانند مثال قبلی، در ابتدا مسئله به صورت مستقیم حل می‌گردد و ارتفاع هیدرولیکی به دست آمده در محل پیزومترهای مشاهده‌ای، به عنوان ارتفاع هیدرولیکی مشاهده‌ای فرض می‌گردد. در نهایت دو چاه پمپاژ ناشناخته، مجھول فرض شده و با استفاده از مدل پیشنهادی، محل و دبی پمپاژ آن‌ها تعیین می‌شود.

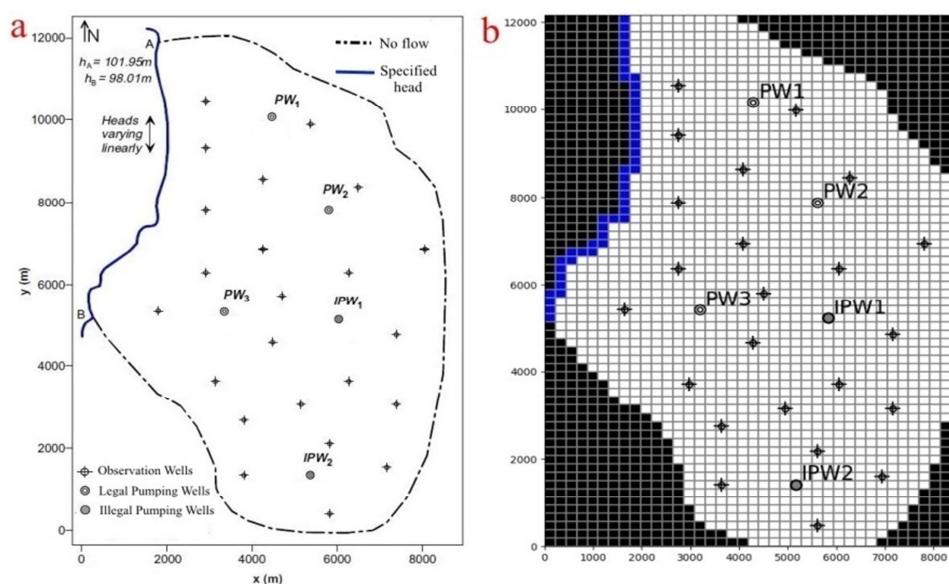


Figure 6. (a) Plan view of the two-dimensional confined aquifer (b) Discretized aquifer simulation

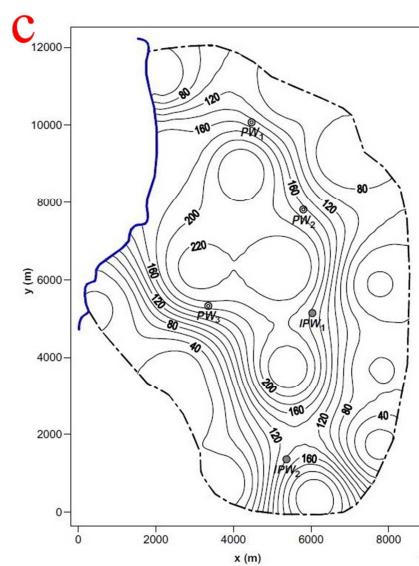


Figure 6. (c) Utilized transmissivity field(m<sup>2</sup>/day)

مجھولات مسئله، مکان، تعداد و مقدار دبی پمپاژ چاههای ناشناخته، در هر دوره زمانی می‌باشند. مدل پیشنهادی، به صورت جداگانه، برای اولین دوره زمانی، بهمنظور یافتن این مجھولات حل می‌شود. پس از این که جواب بهینه حاصل شد، ارتفاع آب در انتهای دوره اول زمانی، به عنوان ارتفاع هیدرولیکی اولیه مرحله دوم زمانی، مورد استفاده قرار می‌گیرد و مرحله دوم زمانی، همانند مرحله اول، به صورت جداگانه، به منظور رسیدن به جواب بهینه حل می‌گردد. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که فرایند بهینه‌سازی برای آخرین دوره زمانی (دوره چهارم)، تمام شود. محاسبات مدل پیشنهادی، در هر دوره زمانی، در سه مرحله، صورت می‌پذیرد. توضیح مراحل سه‌گانه ذکر شده برای دوره اول زمانی، در زیر آمده است.

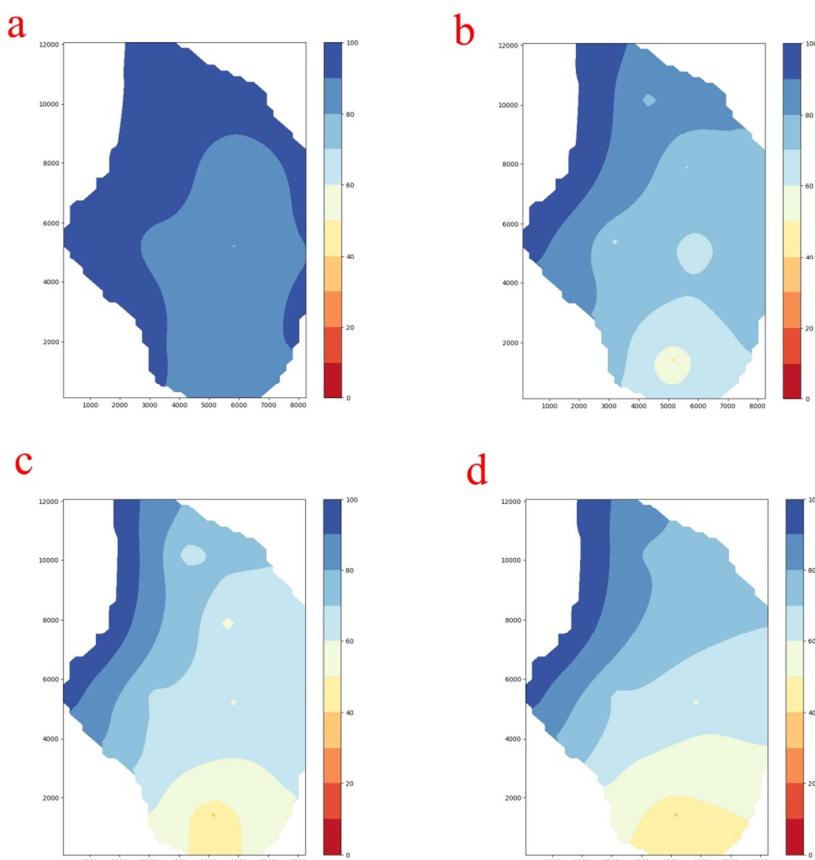


Figure 7. Hydraulic head contours of the groundwater at various time durations (meters)

Table 2. Location and pumping discharges of known wells

Well name	Well location	Pumping discharge at various time durations (m <sup>3</sup> /day)			
		1	2	3	4
PW1	(11, 20)	1000	3000	5000	2000
PW2	(23, 26)	3000	3000	5000	0
PW3	(36, 15)	2000	4000	3000	3000

Table 3. Location and pumping discharges of unknown wells

Well name	Well location	Pumping discharge at various time durations (m <sup>3</sup> /day)			
		1	2	3	4
IPW1	(37, 27)	3000	4000	2000	2000
IPW2	(57, 24)	2000	5000	4000	3000

۱- در مرحله اول، تعداد ۳۴ چاه پمپاژ فرضی، با دبی پیشنهادی ۱۰۰۰ مترمکعب در روز و سه چاه پمپاژ مجاز، با دبی مشخص شده در جدول (۲)، مطابق شکل (۸-a)، در دوره زمانی اول، در مدل جانمایی می‌گردد. دبی چاههای مجاز، تا پایان محاسبات دوره زمانی اول، ثابت باقی می‌ماند، اما دبی چاههای پمپاژ فرضی، در فرایند بهینه‌سازی، به منظور به حداقل رسانیدن خطای RMS، مطابق رابطه (۲)، با استفاده از اتوماتای یادگیر، تغییر می‌نماید.

۲- در مرحله دوم، مدل پیشنهادی، هر بار، با استفاده از فرایند غیرفعال کردن چاه دارای کوچک‌ترین دبی و بهینه‌سازی دبی سایر چاههای پمپاژ فرضی، تک تک چاهها را مورد بررسی قرار خواهد داد. در نهایت، هر کدام از چاهها که با غیرفعال کردن آنها، خطای تابع هدف کاهش یافت، از مدل حذف شده و در غیر این صورت، دوباره فعال شده و تا پایان دوره زمانی اول، در مدل باقی خواهد ماند. پایان این مرحله، زمانی صورت می‌گیرد که تعداد چاههای باقیمانده در مدل، برابر با تعداد چاههای غیر قابل حذف باشد. در انتهای این مرحله، مطابق شکل (۸-b) دو چاه پمپاژ فرضی، در مدل باقی ماند.

۳- در مرحله سوم، هر کدام از دو چاه پیشنهادی باقیمانده، به ترتیب در نقاط مختلف همسایگی خود، مطابق شکل (۱) بررسی می‌شوند. در شرایطی که چاه پیشنهادی دیگر و چاههای پمپاژ مجاز، در محل خود، ثابت باقی مانده‌اند. در نهایت چاه متحرک، به نقطه‌ای منتقل می‌گردد که کوچک‌ترین RMS را بوجود آورده است. این مکان جدید، به عنوان نقطه مرکزی چاه مذکور، در نظر گرفته می‌شود. شکل (۸-c)، موقعیت و دبی چاهها را در حالتی که دیگر هیچ کدام از چاهها قادر به جایگزینی نیستند نشان می‌دهد.

تمامی مراحل سه گانه بالا برای دوره‌های زمانی دیگر، به ترتیب و به صورت جداگانه انجام خواهد شد. جانمایی چاههای فرضی در مرحله اول، برای همه دوره‌های زمانی یکسان و مانند شکل (۸-a) می‌باشد. ضمناً در شکل (۹) خطوط تراز ارتفاع هیدرولیکی محاسبه شده آب زیرزمینی، برای همه دوره‌های زمانی، قابل رویت می‌باشد.

جدول‌های (۴) و (۵) نتایج نهایی محاسبات در مثال (۲) را نشان می‌دهند. همان‌طور که در جدول (۴) نشان داده شده است، مدل پیشنهادی، در تمام دوره‌های زمانی، موفق به یافتن محل دقیق هر دو چاه پمپاژ ناشناخته گردید. با توجه به جدول (۵) حداقل خطای نسبی، در دوره چهارم زمانی و به میزان ۵۰٪ درصد و بیشترین خطای RMS نیز مربوط به همین دوره زمانی و ۱۰٪ متر بوده است. در این مثال عددی نیز، تطابق خوبی میان نتایج مدل پیشنهادی و دقیق برقرار است.

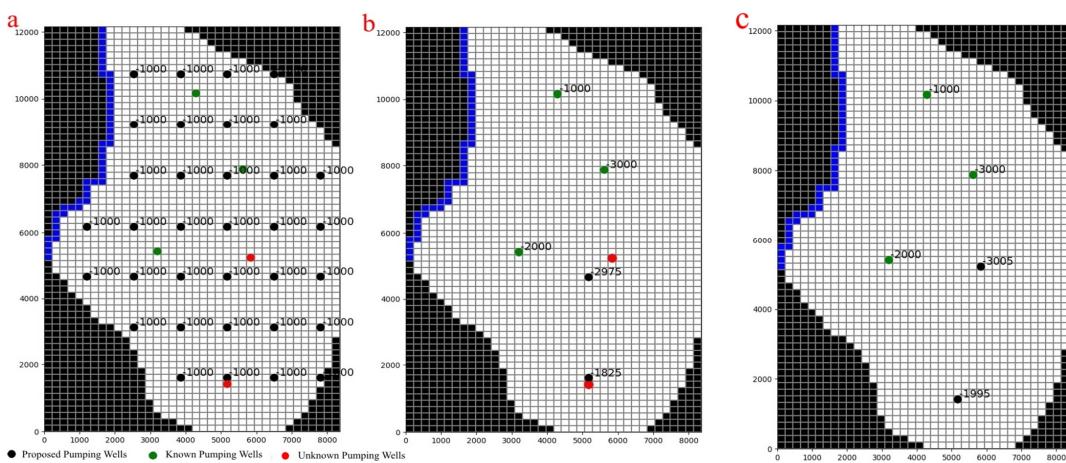


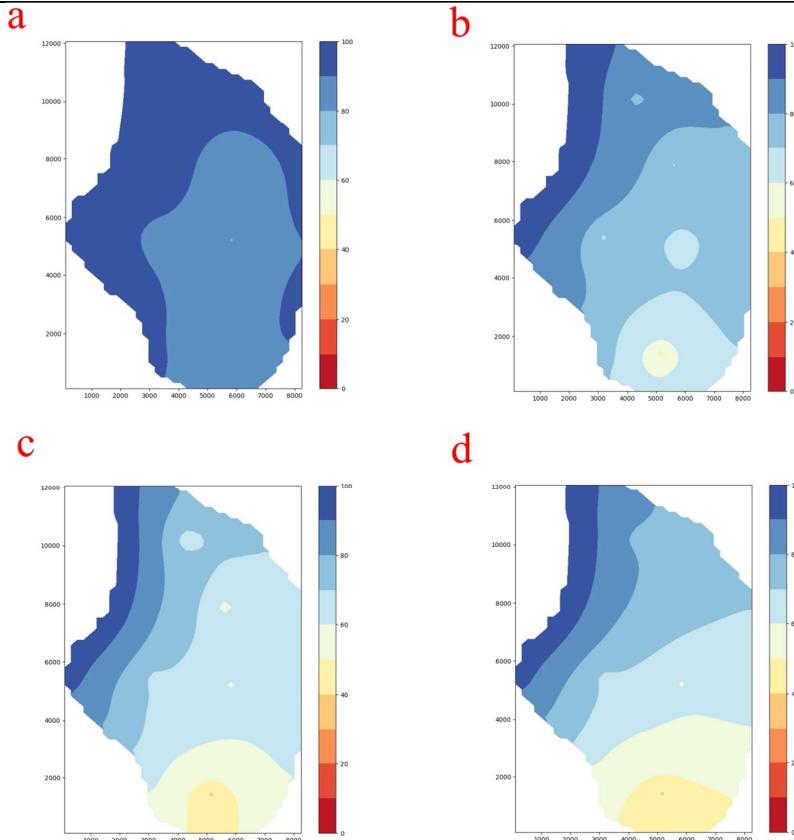
Figure 8. (a) Placement of proposed wells in the first step of the first-time duration, (b) Results of the second step optimization of the first-time duration, (c) End of the third step optimization of the first-time duration

**Table 4.** Identified specifications of unknown wells at various durations

Well name	Location of the identified pumping wells at various time durations				Identified pumping discharges at various time durations			
	1	2	3	4	1	2	3	4
IPW1	(27, 37)	(27, 37)	(27, 37)	(27, 37)	3005	3992	2000	1990
IPW2	(24, 57)	(24, 57)	(24, 57)	(24, 57)	1995	5007	4000	3007

**Table 5.** Error of the proposed model and the number of iterations in the simulation

Time period	Percent of relative error		RMS error (m)	Number of simulations
	IPW1	IPW2		
1	0.17	0.25	0.006	13266
2	0.20	0.14	0.006	19444
3	0	0	0.002	12549
4	0.50	0.23	0.010	17410

**Figure 9.** Calculated hydraulic head contour of groundwater at the end of the optimization process of various durations (meters)

### ۳- نتایج و بحث

همان‌طورکه در مثال‌های بالا مشاهده گردید، روش پیشنهادی حاضر، در هر دو حالت جریان ماندگار و غیر ماندگار، کارایی لازم برای یافتن تعداد، موقعیت و دبی پمپاز چاهها حاضر است. اما این روش به جانمایی فرضی اولیه برای چاههای پمپاز و همچنین در نظر گرفتن دبی پیشنهادی اولیه برای آن‌ها نیازمند است. از این رو برای ارزیابی دقیق‌تر، سه حالت مختلف مربوط به مثال یک که در آن‌ها تعداد چاههای پمپاز فرضی و موقعیت آن‌ها و یا دبی پیشنهادی اولیه آن‌ها متفاوت است، در نظر گرفته شده است. در حالت اول همان جانمایی قبلی با تعداد ۲۵ چاه فرضی اولیه، ولیکن با دبی

۵۰۰ مترمکعب در روز (شکل ۱۰-a) و در حالت دوم همین تعداد چاه فرضی اولیه با دبی پیشنهادی ۲۰۰۰ مترمکعب در روز (شکل ۱۰-b) در نظر گرفته شده است و در حالت سوم تعداد چاههای فرضی اولیه افزایش یافته و به تعداد ۶۴ چاه پمپاژ فرضی، تغییر یافته و دبی پمپاژ پیشنهادی این چاهها ۱۰۰۰ مترمکعب در روز (شکل ۱۰-c) قرار داده شده است. جداول ۶ تا ۸، به ترتیب، نتایج مربوط به این حالت‌ها را نشان می‌دهند.

همان‌طور که در جدول‌های (۶) تا (۸) مشخص گردیده است، در تمامی حالت‌های مذکور، مدل پیشنهادی، قادر به یافتن موقعیت دقیق چاهها و مقادیر دبی، با خطای قابل قبول گردیده است. بیشترین خطای نسبی، در نزد پمپاژ چاهها ۲/۷ درصد و بیشترین خطای RMS، ۰/۰۶۵ متر بوده است. تعداد تکرار در محاسبات، بسته به حالت‌های مختلف در نظر گرفته شده، متفاوت می‌باشد که امری طبیعی است.

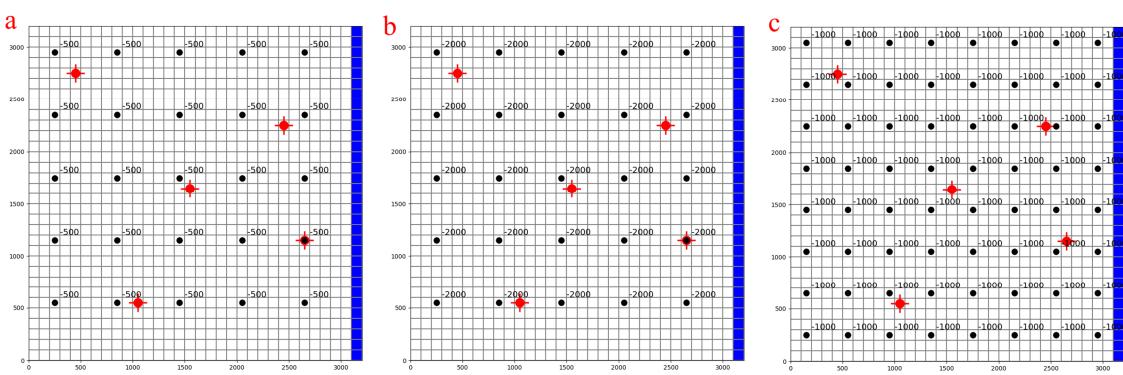


Figure 10. Placement of proposed wells in the first step, in different modes

**Table 6.** Comparison of exact and identified results in the proposed placement conditions of 25 wells starting with  $500 \text{ m}^3/\text{s}$  discharges

Well name	Pumping well location		Pumping discharge		Percent of relative error	RMS error	Simulation number
	Exact	Identified	Exact	Identified			
PW1	(5, 5)	(5, 5)	4000	4027	0.7		
PW2	(10, 25)	(10, 25)	4000	4045	1.1		
PW3	(16, 16)	(16, 16)	4000	4027	0.7	0.060	47241
PW4	(21, 27)	(21, 27)	4000	4000	0		
PW5	(27, 11)	(27, 11)	2000	1995	0.3		

**Table 7.** Comparison of exact and identified results in the proposed placement conditions of 25 wells starting with  $2000 \text{ m}^3/\text{s}$  discharges

Well name	Pumping well location		Pumping discharge		Percent of relative error	RMS error	Simulation number
	Exact	Identified	Exact	Identified			
PW1	(5, 5)	(5, 5)	4000	4035	0.9		
PW2	(10, 25)	(10, 25)	4000	4106	2.7		
PW3	(16, 16)	(16, 16)	4000	3960	1.0	0.065	68036
PW4	(21, 27)	(21, 27)	4000	4040	1.0		
PW5	(27, 11)	(27, 11)	2000	2005	0.3		

**Table 8.** Comparison of exact and identified results in the proposed placement conditions of 64 wells with a flow rate of 1000 cubic meters per day

Well name	Pumping well location		Pumping flow rate		Percent of relative error	RMS error	Simulation number
	Exact	Identified	Exact	Identified			
PW1	(5, 5)	(5, 5)	4000	3959	1.0		
PW2	(10, 25)	(10, 25)	4000	4067	1.7		
PW3	(16, 16)	(16, 16)	4000	4106	2.7	0.064	67462
PW4	(21, 27)	(21, 27)	4000	3974	0.7		
PW5	(27, 11)	(27, 11)	2000	1992	0.4		

از طرف دیگر، ممکن است در شرایط واقعی، تعداد چاههای ناشناخته یک آبخوان زیاد باشد که در این صورت، برای تخمین موقعیت و دبی چاهها لازم است از تعداد زیادی چاه پیشنهادی، در مرحله اول محاسبات استفاده شود. لذا برای بررسی کارایی این روش، در شرایط ذکر شده، مثال اول با فرض در نظر گرفتن همه نقاط آبخوان فرضی به استثنای نقاط دارای ارتفاع هیدرولیکی ثابت، به عنوان مکان پیشنهادی چاههای ناشناخته (یعنی ۹۹۲ چاه)، با دبی ۱۰۰۰ مترمکعب در روز حل گردید که جانمایی چاههای فرضی در مرحله اول محاسبات در شکل (۱۱-a) و نتایج آن در جدول (۹) آمده است. همان‌طور که در نتایج مشخص است، در این حالت نیز مدل مذکور، قادر به یافتن تعداد و محل دقیق چاههای ناشناخته و تخمین دبی آن‌ها با دقت مطلوب می‌باشد. لازم به ذکر است در این حالت، تعداد تکرارها در شبیه‌سازی در مقایسه با سایر حالت‌ها کاهش یافته است. زیرا اگرچه تعداد چاههای پیشنهادی شده در مرحله اول، خیلی بیش‌تر از سایر حالت‌هاست و تعداد تکرارها برای حذف این چاهها و رسیدن به تعداد چاههای ناشناخته (که در این مثال ۵ چاه است)، در مقایسه با سایر حالت‌ها خیلی بیش‌تر است ولیکن به این علت که دبی اکثر چاهها در پایان مرحله اول بهینه‌سازی برابر صفر به دست می‌آید و تخمین مکان چاههای باقیمانده در پایان مرحله دوم، بسیار نزدیک‌تر به محل دقیق چاههای است، تعداد تکرارها در شبیه‌سازی، در مرحله سوم به طرز قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است. بنابراین می‌توان انتظار داشت در شرایطی که تعداد چاههای ناشناخته یک دشت زیاد است، کماکان روش پیشنهادی قابل استفاده باشد. در ضمن، در نظر گرفتن همه نقاط موجود به عنوان مکان چاههای پیشنهادی، در مقایسه با حالت‌هایی که تعداد بسیار کم‌تری چاه پیشنهادی در مدل قرار داده شده است، می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه‌ای در کاهش تعداد تکرارهای شبیه‌سازی داشته باشد.

در ضمن، برای بررسی کارایی این روش، در شرایطی که چاههای ناشناخته بیش‌تر باشند؛ مثال اول با فرض وجود هشت چاه پمپاژ ناشناخته حل گردید. بدین منظور در ابتدا مسئله با قرار دادن هشت چاه پمپاژ، به صورت مستقیم حل گردید و سپس ارتفاع هیدرولیکی به دست آمده در مکان پیزومترها به عنوان ارتفاع هیدرولیکی مشاهده‌ای در نظر گرفته شد. در پایان، این هشت چاه پمپاژ، به عنوان چاههای ناشناخته فرض گردید. شکل (۱۱-b) جانمایی پیشنهادی چاههای فرضی در مرحله اول محاسبات و موقعیت دقیق هشت چاه پمپاژ ناشناخته و جدول ۱۰ نتایج محاسبات مربوط به این حالت را نشان می‌دهد. همان‌طور که در نتایج قابل مشاهده است؛ روش پیشنهادی موفق به یافتن موقعیت دقیق هفت چاه ناشناخته و یافتن همسایگی تنها یکی از چاهها به عنوان مکان نهایی گردید.

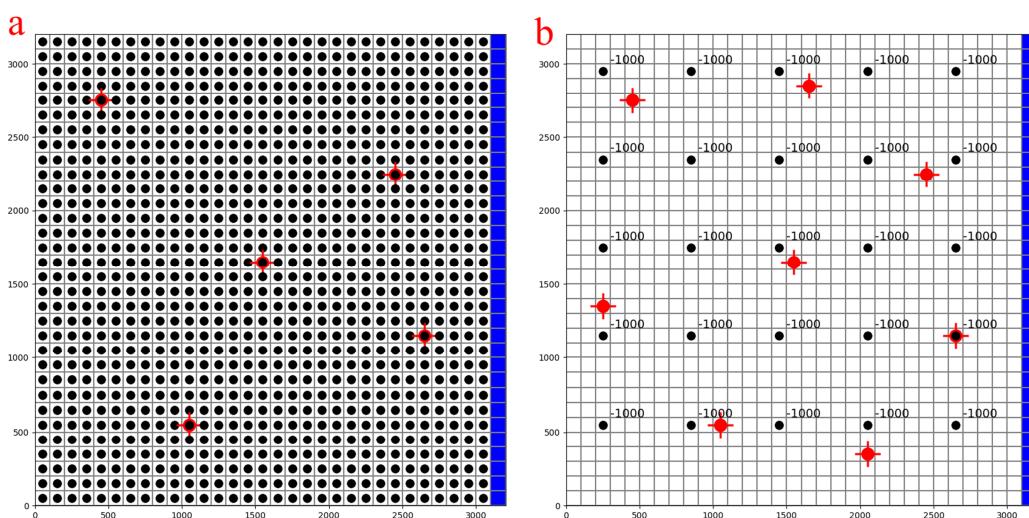


Figure 11. Placement of proposed wells in the first step, in different modes

**Table 9.** Comparison of exact and identified results in the proposed placement conditions of 992 wells with a flow rate of 1000 cubic meters per day

Well name	Pumping well location		Pumping flow rate		Percent of relative error	RMS error	Simulation number
	Exact	Identified	Exact	Identified			
PW1	(5, 5)	(5, 5)	4000	4038	0.95		
PW2	(10, 25)	(10, 25)	4000	4055	1.4		
PW3	(16, 16)	(16, 16)	4000	4001	0.03	0.061	44600
PW4	(21, 27)	(21, 27)	4000	4005	0.13		
PW5	(27, 11)	(27, 11)	2000	2000	0		

**Table 10.** Comparison of exact and identified results in the proposed placement conditions of 25 wells with a flow rate of 1000 cubic meters per day for 8 unknown wells

Well name	Pumping well location		Pumping discharge		Percent of relative error	RMS error	Simulation number
	Exact	Identified	Exact	Identified			
PW1	(5, 5)	(5, 5)	4000	3999	0.0		
PW2	(10, 25)	(10, 24)	4000	3877	3.1		
PW3	(16, 16)	(16, 16)	4000	3987	0.3	0.080	552617
PW4	(21, 27)	(21, 27)	4000	4085	2.1		
PW5	(27, 11)	(27, 11)	2000	1997	0.2		
PW6	(4, 17)	(4, 17)	5000	4905	1.9		
PW7	(19, 3)	(19, 3)	3000	2997	0.1		
PW8	(29, 21)	(29, 21)	2000	1990	0.5		

#### ۴- نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، یک مدل برای یافتن تعداد، موقعیت و میزان دبی پمپاژ چاههای ناشناخته پیشنهاد می‌شود. در این روش، در ابتدا تعدادی چاه، با موقعیت و دبی پمپاژ فرضی، جانمایی می‌گردد و مدل شبیه‌سازی شده با یک روش مبتنی بر تفاضل محدود حل می‌شود. مدل پیشنهادی، بهمنظور رسیدن به شرایط بهینه، دبی این چاهها را تغییر می‌دهد و پس از بررسی هر کدام از چاهها، در صورتیکه قابل حذف باشد، آنرا از مدل حذف و در غیر این صورت، تا انتهای محاسبات، در دوره زمانی فعلی، حفظ می‌کند. در پایان این مرحله، تنها چاههای غیرقابل حذف باقی می‌مانند که همان چاههای ناشناخته می‌باشند. پس از این که تعداد چاههای ناشناخته مشخص گردید، مدل پیشنهادی هر کدام از آن‌ها را در نقاط مختلف همسایگی خود بررسی کرده و در نهایت به مکانی که خطای کمتری ایجاد نماید منتقل می‌کند. در تمامی مراحل مختلف محاسبات، بهمنظور بهینه‌سازی، از الگوریتم اتوماتای یادگیر استفاده شده است.

روش پیشنهادی حاضر می‌تواند در حل مسائل مختلف، در شرایط ماندگار و غیر ماندگار مورد استفاده قرار گیرد. دقت روش پیشنهادی، وابسته به تعداد چاههای پیشنهادی اولیه و میزان دبی در نظر گرفته شده برای آن‌ها نیست. چرا که با استفاده از الگوریتم یادگیری، در همان تکرارهای اولیه، جهت حرکت درست، برای مقادیر دبی، تخمین زده می‌شود و روش حاضر در شرایط مختلف قرارگیری چاههای پیشنهادی، با مقادیر متفاوت دبی فرضی اولیه، قادر به یافتن موقعیت چاههای ناشناخته و دبی آن‌ها با دقت مطلوب می‌باشد.

با استفاده از محاسبات ارائه شده در مرحله سوم، که در آن تغییر موقعیت چاهها به نقاط همسایگی، موردنبررسی قرار می‌گیرد، دقت نتایج بشدت بهتر می‌گردد. روش پیشنهادی، دارای الگوریتم ساده بوده و در آن با فرض اولیه جانمایی تعداد بیشتر برای چاهها، چاههای با دبی کم و صفر حذف می‌گردند. بنابراین تنها متغیری که در مسئله درگیر می‌شود دبی پمپاژ است. نکته دیگر این که در این روش تعداد چاههای ناشناخته هرچه باشد، محدودیتی وجود ندارد و مدل قادر است با دقت خوب آن‌ها را پیدا کند. ضمناً با توجه به همخوانی سریع الگوریتم اتوماتای یادگیر، با مسئله، سرعت عملیات بالا بوده و امکان یافتن جواب بهینه، در تعداد تکرارهای شبیه‌سازی نسبتاً کم وجود دارد.

## ۵- پی‌نوشت‌ها

1. Optimization
2. Simulation–Optimization (S/O)
3. Inverse problem
4. Reinforcement learning
5. Learning Automata (LA)
6. Hydraulic head
7. Transmissibility
8. Dirac delta function
9. Storage coefficient
10. Modflow
11. Root mean squared (RMS)

## ۶- تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافعی توسط نویسنده‌گان وجود ندارد.

## ۷- منابع

- Alcolea, A., Carrera, J., & Medina, A. (2006). Pilot points method incorporating prior information for solving the groundwater flow inverse problem. *Advances in Water Resources*, 29(11), 1678-1689.
- Ayvaz, M. T., & Karahan, H. (2008). A simulation/optimization model for the identification of unknown groundwater well locations and pumping rates. *Journal of Hydrology*, 357(1-2), 76-92.
- Babbar-Sebens, M., & Mukhopadhyay, S. (2009). Reinforcement learning for human-machine collaborative optimization: Application in ground water monitoring. 2009 IEEE international conference on systems, man and cybernetics,
- Bai, Y., Chen, W., Chen, J., & Guo, W. (2020). Deep learning methods for solving linear inverse problems: Research directions and paradigms. *Signal Processing*, 177, 107729.
- Bashi-Azghadi, S. N., & Kerachian, R. (2010). Locating monitoring wells in groundwater systems using embedded optimization and simulation models. *Science of the Total Environment*, 408(10), 2189-2198.
- Bear, J. (2012). *Hydraulics of groundwater*. Courier Corporation.
- Boyce, S. E., & Yeh, W. W.-G. (2014). Parameter-independent model reduction of transient groundwater flow models: Application to inverse problems. *Advances in Water Resources*, 69, 168-180.
- Carrera, J., Alcolea, A., Medina, A., Hidalgo, J., & Slooten, L. J. (2005). Inverse problem in hydrogeology. *Hydrogeology Journal*, 13(1), 206-222.
- Castellazzi, P., Garfias, J., & Martel, R. (2021). Assessing the efficiency of mitigation measures to reduce groundwater depletion and related land subsidence in Querétaro (Central Mexico) from decadal InSAR observations. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 105, 102632.
- Dangar, S., Asoka, A., & Mishra, V. (2021). Causes and implications of groundwater depletion in India: A review. *Journal of Hydrology*, 596, 126103.
- Ejaz, F., Wöhling, T., Höge, M., & Nowak, W. (2022). Lumped geohydrological modelling for long-term predictions of groundwater storage and depletion. *Journal of Hydrology*, 606, 127347.
- Elçi, A., & Ayvaz, M. T. (2014). Differential-evolution algorithm based optimization for the site selection of groundwater production wells with the consideration of the vulnerability concept. *Journal of Hydrology*, 511, 736-749.

- Ferraresi, M., Todini, E., & Vignoli, R. (1996). A solution to the inverse problem in groundwater hydrology based on Kalman filtering. *Journal of Hydrology*, 175(1-4), 567-581.
- Giacobbo, F., Marseguerra, M., & Zio, E. (2002). Solving the inverse problem of parameter estimation by genetic algorithms: the case of a groundwater contaminant transport model. *Annals of nuclear energy*, 29(8), 967-981.
- Halloran, L. J., Brunner, P., & Hunkeler, D. (2019). COMPEST, a PEST-COMSOL interface for inverse multiphysics modelling: Development and application to isotopic fractionation of groundwater contaminants. *Computers & Geosciences*, 126, 107-119.
- Harbaugh, A. W. (2005). MODFLOW-2005, the US Geological Survey modular ground-water model: the ground-water flow process. In: US Department of the Interior, US Geological Survey Reston, VA, USA.
- Hokr, M., & Balvín, A. (2021). Inverse hydraulic and transport model of groundwater recovery experiment using mixed-dimensional concept. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 144, 104734.
- Hörning, S., Sreekanth, J., & Bárdossy, A. (2019). Computational efficient inverse groundwater modeling using Random Mixing and Whittaker-Shannon interpolation. *Advances in Water Resources*, 123, 109-119.
- Huang, C.-H., Li, J.-X., & Kim, S. (2008). An inverse problem in estimating the strength of contaminant source for groundwater systems. *Applied mathematical modelling*, 32(4), 417-431.
- Janža, M. (2022). Optimization of well field management to mitigate groundwater contamination using a simulation model and evolutionary algorithm. *Science of the Total Environment*, 807, 150811.
- Jia, X., Hou, D., Wang, L., O'Connor, D., & Luo, J. (2020). The development of groundwater research in the past 40 years: A burgeoning trend in groundwater depletion and sustainable management. *Journal of Hydrology*, 587, 125006.
- Mars, P., Chen, J., & Nambiar, R. (2018). *Learning algorithms: theory and applications in signal processing, control and communications*. CRC press.
- Mazzoni, A., Heggy, E., & Scabbia, G. (2018). Forecasting water budget deficits and groundwater depletion in the main fossil aquifer systems in North Africa and the Arabian Peninsula. *Global Environmental Change*, 53, 157-173.
- Mehmood, Q., Mahmood, W., Awais, M., Rashid, H., Rizwan, M., Anjum, L., Munneer, M. A., Niaz, Y., & Hamid, S. (2020). Optimizing groundwater quality exploration for irrigation water wells using geophysical technique in semi-arid irrigated area of Pakistan. *Groundwater for Sustainable Development*, 11, 100397.
- Moghaddam, M. B., Mazaheri, M., & Samani, J. M. V. (2021). Inverse modeling of contaminant transport for pollution source identification in surface and groundwaters: a review. *Groundwater for Sustainable Development*, 15, 100651.
- Motevalli, A., Naghibi, S. A., Hashemi, H., Berndtsson, R., Pradhan, B., & Gholami, V. (2019). Inverse method using boosted regression tree and k-nearest neighbor to quantify effects of point and non-point source nitrate pollution in groundwater. *Journal of cleaner production*, 228, 1248-1263.
- Narendra, K. S., & Thathachar, M. A. (2012). *Learning automata: an introduction*. Courier corporation.
- Nguyen, M., Lin, Y. N., Tran, Q. C., Ni, C.-F., Chan, Y.-C., Tseng, K.-H., & Chang, C.-P. (2022). Assessment of long-term ground subsidence and groundwater depletion in Hanoi, Vietnam. *Engineering Geology*, 299, 106555.
- Park, D., Lee, E., Kaown, D., Lee, S.-S., & Lee, K.-K. (2021). Determination of optimal well locations and pumping/injection rates for groundwater heat pump system. *Geothermics*, 92, 102050.

- Park, E., Kim, K.-Y., Suk, H., Choung, S., & Han, W. S. (2021). A basin-scale aquifer characterization using an inverse analysis based on groundwater level fluctuation in response to precipitation: Practical application to a watershed in Jeju Island, South Korea. AGU Fall Meeting Abstracts,
- Peters, C. N., Kimsal, C., Frederiks, R. S., Paldor, A., McQuiggan, R., & Michael, H. A. (2022). Groundwater pumping causes salinization of coastal streams due to baseflow depletion: Analytical framework and application to Savannah River, GA. *Journal of Hydrology*, 604, 127238.
- Redoloza, F., & Li, L. (2019). A novel method for well placement design in groundwater management: Extremal optimization. *Advances in Water Resources*, 132, 103405.
- Rezvanian, A., Moradabadi, B., Ghavipour, M., Daliri Khomami, M. M., & Meybodi, M. R. (2019). Introduction to learning automata models. In *Learning Automata Approach for Social Networks* (pp. 1-49). Springer.
- Saffi, M., & Cheddadi, A. (2007). Explicit algebraic influence coefficients: a one-dimensional transient aquifer model. *Hydrological sciences journal*, 52(4), 763-776.
- Saffi, M., & Cheddadi, A. (2010). Identification of illegal groundwater pumping in semi-confined aquifers. *Hydrological Sciences Journal–Journal des Sciences Hydrologiques*, 55(8), 1348-1356.
- Samani, S. (2021). Analyzing the groundwater resources sustainability management plan in Iran through comparative studies. *Groundwater for Sustainable Development*, 12, 100521.
- Sit, M., Langel, R. J., Thompson, D., Cwiertny, D. M., & Demir, I. (2021). Web-based data analytics framework for well forecasting and groundwater quality. *Science of the Total Environment*, 761, 144121.
- Su, G., Wu, Y., Zhan, W., Zheng, Z., Chang, L., & Wang, J. (2021). Spatiotemporal evolution characteristics of land subsidence caused by groundwater depletion in the North China plain during the past six decades. *Journal of Hydrology*, 600, 126678.
- Tameh, M. A. H., Zadeh, H. M., & Arasteh, P. D. (2016). A novel solution to define the optimum number and location of new wells to improve groundwater level map. *Procedia Engineering*, 154, 252-259.
- Tilak, O., Babbar-Sebens, M., & Mukhopadhyay, S. (2011). Decentralized and partially decentralized reinforcement learning for designing a distributed wetland system in watersheds. 2011 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics,
- Tsai, F. T.-C., Sun, N.-Z., & Yeh, W. W.-G. (2005). Geophysical parameterization and parameter structure identification using natural neighbors in groundwater inverse problems. *Journal of Hydrology*, 308(1-4), 269-283.
- Tung, C.-P., & Chou, C.-A. (2004). Pattern classification using tabu search to identify the spatial distribution of groundwater pumping. *Hydrogeology Journal*, 12(5), 488-496.
- Van Camp, M., Radfar, M., & Walraevens, K. (2010). Assessment of groundwater storage depletion by overexploitation using simple indicators in an irrigated closed aquifer basin in Iran. *Agricultural Water Management*, 97(11), 1876-1886.
- Winton, C., Pettway, J., Kelley, C., Howington, S., & Eslinger, O. J. (2011). Application of proper orthogonal decomposition (POD) to inverse problems in saturated groundwater flow. *Advances in Water Resources*, 34(12), 1519-1526.
- Yar, P. (2020). Urban development and its impact on the depletion of groundwater aquifers in Mardan City, Pakistan. *Groundwater for Sustainable Development*, 11, 100426.
- Zio, E. (1997). Approaching the inverse problem of parameter estimation in groundwater models by means of artificial neural networks. *Progress in Nuclear Energy*, 31(3), 303-315.