



مدیریت آب و آبیاری

دوره ۱۲ ■ شماره ۲ ■ تابستان ۱۴۰۱

صفحه‌های ۳۸۷-۳۷۵

DOI: 10.22059/jwim.2022.341971.983

مقاله پژوهشی:

اثرات مقیاس در مدل‌سازی هیدرولیکی با استفاده از مدل عددی دوبعدی

سروه حیدری^۱، بهمن فکوری^۲، مهدی مظاهری^{۳*}، جمال محمدولی سامانی^۴

۱. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی و مدیریت آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۲. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی و مدیریت آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۳. دانشیار، گروه مهندسی و مدیریت آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۴. استاد، گروه مهندسی و مدیریت آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۱۰

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۲/۱

چکیده

مدل‌های هیدرولیکی ابزار بسیار مفیدی برای درک بهتر رفتار هیدرودینامیک جریان هستند. اما اثرات مقیاس در فرایند مدل‌سازی هیدرولیکی منجر به انحراف نتایج از پروتوتایپ می‌شود. در این مقاله به بررسی اثر مقیاس بر نتایج شبیه‌سازی مدل هیدرولیکی جریان پرداخته می‌شود. هدف از پژوهش بررسی تأثیر اعوجاج هندسی بر مشخصات جریان و میزان انحراف نتایج مدل‌های کج از پروتوتایپ است که با استفاده از مدل عددی دوبعدی MIKE21 انجام می‌شود. ابتدا شرایط هیدرودینامیک جریان در چهار حالت کانال مستقیم، کانال همگرا، واگرا و انحنادار با چهار درجه اعوجاج یک (غیرکج)، دو، پنج و ۱۰ شبیه‌سازی شد. سپس با فرض تشابه عدد فرود نتایج حاصل از مدل‌ها با پروتوتایپ مقایسه و میزان خطا در کانال‌ها بررسی شد. نتایج نشان داد که اختلاف عمق و توزیع سرعت جریان در مدل‌های کج با پروتوتایپ ناچیز است، اما اختلاف پروفیل سرعت عرضی مدل کج با پروتوتایپ با افزایش درجه اعوجاج افزایش می‌یابد. به طوری که خطای نسبی در نتایج پروفیل سرعت عرضی در کانال مستقیم، همگرا، واگرا و انحنادار با درجه اعوجاج ۱۰ (G10) به ترتیب برابر دو، ۲۹، ۳۳ و ۳۹ درصد به دست آمد.

کلیدواژه‌ها: پروتوتایپ، درجه اعوجاج، مدل کج، مدل MIKE21

Scale Effects in Hydraulic Modeling with a Two-Dimensional Numerical Model

Srwa Heidari¹, Bahman Fakouri², Mehdi Mazaheri^{3*}, Jamal Mohammad Vali Samani⁴

1. Graduated Master Student, Department of Water Engineering and Management, Faculty of Agriculture, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2. Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering and Management, Faculty of Agriculture, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

3. Associate Professor, Department of Water Engineering and Management, Faculty of Agriculture, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

4. Professor, Department of Water Engineering and Management, Faculty of Agriculture, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

Received: April 21, 2022

Accepted: July 01, 2022

Abstract

Hydraulic models are often used as a tool for the prediction of the hydrodynamic behavior of flow. But scale effects in the hydraulic modeling process due to deviations of the results from the prototype. This paper discusses to scale effect in the hydraulic flow model. The goal of the research is to investigate the effect of geometric distortion on the flow characteristics and the degree of deviation of the results of distorted models from the prototype, which is done using the two-dimensional numerical model MIKE21. First, the hydrodynamic conditions of the flow were simulated in four models of straight channel, convergent channel, divergent channel and curved channel with four degrees of distortion one (undistorted), two, five and 10. Then, assuming the similarity of the Froude number, the results of the models were compared with the prototype and the relative error in the result of channels was investigated. The results showed that the difference in depth and average velocity in distorted models with prototype is small, but the difference in transverse velocity profile of sloping model with prototype increases with increasing degree of distortion. So that the relative error in transverse velocity modeling in straight, convergent, divergent and curved channels with a degree of G10 was two, 29, 33 and 39 percent, respectively.

Keywords: Distorted Model, Distortion Ratio, MIKE21 Model, Prototype.

مقدمه

پژوهشگران و کارشناسان هیدرولیک همواره سعی کرده‌اند با انتخاب درجات اعوجاج مختلف، اثرات مقیاس را در مدل‌های فیزیکی کمی کرده و اثر آن بر نتایج مدل‌سازی مشخص کنند. Fischer & Holley (1971) یک مدل هیدرولیکی کج برای بررسی توزیع سرعت قائم بر روی فرایند پراکندگی آلاینده‌ها در جریان غیریکنواخت مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد، یکسان نبودن گرادیان سرعت قائم و سرعت عرضی در مدل و پروتوتایپ، به‌طور مستقیم بر ضریب پراکندگی و چگونگی فرایند پراکندگی تأثیر دارند. McClimans & Saegrov (1982) در یک مدل فیزیکی کج برای بررسی جریان ورودی رودخانه نشان دادند تحت شرایط کانال‌های عرضی نتایج مدل با دقت خوبی به پروتوتایپ نزدیک است.

هم‌زمان با توسعه مدل‌های فیزیکی و بهبود نتایج اثرات مقیاس مدل‌سازی ریاضی نیز توسعه پیدا کرده است. در مدل ریاضی به‌سہولت می‌توان مقیاس هندسی با درجه اعوجاج برابر یک را با شرایط مرزی و اولیه متفاوت برقرار کرد. هم‌چنین سرعت بالا در تجزیه و تحلیل اطلاعات، پایین بودن نسبی هزینه در ساخت مدل، صرفه‌جویی در ابعاد و فضاهای بزرگ آزمایشگاهی و غیره از دیگر مزایای مدل‌های ریاضی است (Gabl *et al.*, 2014). Haque *et al.* (2006) بررسی مقیاس‌های متفاوت از مدل یک خم رودخانه با استفاده از مدل عددی MIKE21 نشان داد که اعمال اندازه ذرات مناسب در مدل‌های آزمایشگاهی غیرممکن بوده و باید از مدل کج استفاده شود. Baranya & Józsa (2007) شرایط جریان را تقاطع دو رودخانه با استفاده از مدل هیدرولیکی کج و مدل ریاضی سه‌بعدی SSIIM برای درجه اعوجاج دو بررسی کردند. نتایج نشان داد نتایج مدل کج با درجه اعوجاج کم‌تر از دو با پروتوتایپ همخوانی خوبی دارد.

مدل‌های هیدرولیکی ابزار بسیار مفید برای مطالعه رفتار هیدرودینامیک جریان و بخشی از فرایند شبیه‌سازی برای بررسی عملکرد سازه‌های هیدرولیکی است. در گذشته، مدل‌سازی فیزیکی متداول‌ترین روش برای شبیه‌سازی رفتار پدیده‌های هیدرولیکی به‌شمار می‌رفت. در سال‌های اخیر با پیشرفت رایانه‌ها، مدل‌های ریاضی توسط مهندسين هیدرولیک گسترش یافته و در حل بسیاری از مسائل هیدرولیک به‌کار گرفته شده است. مدل‌های فیزیکی به‌دلیل عدم رعایت مقیاس هندسی، به‌صورت کج طراحی و اجرا می‌شوند. در مدل‌های غیرکج، مقیاس افقی و عمودی با هم برابر بوده و نسبت آن‌ها به‌عنوان درجه اعوجاج برابر یک می‌شود. اما در مدل‌های کج دو مقیاس هندسی متفاوت طولی و عمودی استفاده می‌شود و درجه اعوجاج بزرگ‌تر از یک می‌شود. اگرچه مدل فیزیکی تحریف شده شرایط تجربی مسئله را برآورده می‌کند، اما لزوماً اصل تشابه به‌طور کامل برقرار نمی‌شود (McClimans & Gjerp, 1978). با انتخاب نیروی مؤثر در نمونه اصلی (پروتوتایپ) سعی می‌شود تا پدیده هیدرولیکی تنها با قراردادن یک عدد بی‌بعد در مدل شبیه‌سازی شود. لذا مقادیر سایر اعداد بی‌بعد در مدل و پروتوتایپ یکسان نخواهد بود. در این شرایط نتایج به‌دست‌آمده از مدل دقیقاً منطبق بر شرایط نمونه اصل نیست و به‌اصطلاح می‌گویند نتایج مدل‌سازی تحت تأثیر اثرات مقیاس قرار گرفته است (Bayle *et al.*, 2021). در نتیجه، همواره یک درجه اعوجاج هندسی بین مدل فیزیکی و پروتوتایپ وجود دارد. اثرات مقیاس قابلیت اطمینان از پیش‌بینی نتایج شبیه‌سازی بین پروتوتایپ و مدل را کاهش می‌دهد. برای اطمینان از ناچیزبودن اثر مقیاس سعی می‌شود تا شرایطی در مدل فراهم شود تا نیروهای که در پروتوتایپ مؤثر نیستند، در مدل مؤثر واقع نشوند (Heller, 2011).

نشان داد با افزایش درجه اعوجاج خطای نسبی در نتایج پارامترهای هیدرولیکی افزایش می‌یابد. Wang & Chanson (2016) در پژوهشی به بررسی اثرات مقیاس بر مدل‌سازی پرش هیدرولیکی پرداختند. نتایج نشان داد که اثرات مقیاس بر توزیع سرعت طولی قابل توجه است. Torres *et al.* (2018) عمق و سرعت جریان در یک مدل فیزیکی و عددی سرریز با مقیاس یک به ۲۵ با تشابه عدد فرود نشان دادند که بین نتایج خروجی در عمق و سرعت جریان بین مدل فیزیکی و پروتوتایپ به ترتیب بین ۱۰ تا ۱۵ درصد اختلاف وجود دارد. Tullis *et al.* (2020) اثرات مقیاس را بر نتایج رابطه دبی-اشل روی سرریز مدل آزمایشگاهی با شبیه‌سازی فرود بررسی کردند. نتایج نشان داد، اثر مقیاس با افزایش درجه اعوجاج مدل بر روی پارامترهای هیدرولیک افزایش می‌یابد. Bayle *et al.* (2021) به بررسی اثر مقیاس در نتایج مدل فیزیکی نرخ انتقال رسوب و تغییرات پروفیل ساحل در درجات اعوجاج مختلف پرداختند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که اثرات مقیاس در مدل‌های کج منجر به افزایش خطا خروجی از مدل‌سازی می‌شود.

بررسی پژوهش‌های نشان داد، مقیاس مدل‌سازی بر نتایج شبیه‌سازی هیدرولیکی مؤثر است. اگرچه پژوهش‌های خوبی در زمینه اثر مقیاس بر مدل‌سازی فیزیکی و عددی (Savage *et al.*, 2016; Link *et al.*, 2019) انجام شده است. اما در اکثر موارد مدل کج با یک مدل غیرکج مقایسه شده است. از آنجایی که در مدل فیزیکی غیرکج نیز امکان اثر مقیاس وجود دارد. بنابراین بهتر است نتایج مدل‌سازی فیزیکی با پروتوتایپ مقایسه و تجزیه و تحلیل شود. اما به دلیل محدودیت بررسی شرایط هیدرولیکی در پروتوتایپ و مدل‌سازی فیزیکی، نتایج پژوهش‌ها از اعتبار خوبی برخوردار نیستند. در این پژوهش سعی شده است، اثرات مقیاس در

بررسی پروفیل سرعت و غلظت رسوب در مدل عددی و فیزیکی به چهار درجه اعوجاج مختلف نشان داد که نتایج شبیه‌سازی با استفاده از مدل‌های کج با درجه اعوجاج بیش‌تر از دو همراه با خطا است و میزان اختلاف پروفیل سرعت و غلظت رسوب در مدل‌های کج نسبت به نمونه اصلی با افزایش درجه اعوجاج افزایش پیدا می‌کند (Fang *et al.*, 2008). بررسی انتقال رسوب در پایین‌دست رودخانه می‌سی‌سی‌پی با استفاده از مدل فیزیکی کج نشان داد که با افزایش درجه اعوجاج اعتمادپذیری به نتایج توزیع غلظت رسوب در عمق کاهش یافته و خطای مدل‌سازی افزایش می‌یابد (Waldron, 2008). Lu *et al.* (2013) فرم بستر متأثر از حمل رسوبات معلق در یک مدل فیزیکی برای کانال انحنادار با درجات اعوجاج دو، چهار، شش، هشت و ۱۰ بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد، اعوجاج هندسی بر فرم بستر اثر می‌گذارد، اما تغییرات فرم در درجه اعوجاج کم‌تر از چهار تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد. در درجات اعوجاج بزرگ‌تر از چهار نتایج فرم بستر در جهات طولی و عرضی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. آنالیز پروفیل عمودی سرعت در مدل کج با درجه اعوجاج چهار از رودخانه یانگ‌تسه با نتایج پروتوتایپ مقایسه شد. نتایج نشان داد که توزیع قائم سرعت در مدل کج با پروتوتایپ متفاوت است و مقیاس ضریب شزی به توزیع عمق آب در پروتوتایپ وابسته است (Zhao *et al.*, 2013). عملکرد پیش‌بینی تغییرات مورفولوژیکی بستر برای شبیه‌سازی فرسایش در مسیر جریان با استفاده از مدل عددی سه‌بعدی SSIIM و مدل فیزیکی مقایسه شد. نتایج شبیه‌سازی عددی با نتایج مطالعه مدل فیزیکی مطابقت خوبی داشت (Gabriele *et al.*, 2014). Erpicum *et al.* (2016) به بررسی اثر مقیاس بر مشخصات جریان از مدل فیزیکی سرریز بیانویی در درجات اعوجاج یک، هفت، ۱۵ و ۲۵ پرداختند. نتایج

کانال، چهار مقطع عرضی به تعداد ۷۷ نقطه از ساحل چپ تا ساحل راست کانال مشخص شد که بر روی هرکدام از شیب جداره‌های کانال تعداد ۲۴ نقطه و در فاصله عرض کف کانال ۲۹ نقطه قرار داده شد.

مشخصات سطح مقطع کانال مستقیم و انحنا دار از ابتدا تا انتهای مسیر ثابت بوده، اما در کانال همگرا و واگرا سطح مقطع در طول تغییر می‌کند. از این رو، شرایط جریان غیریکنواخت برقرار می‌شود. در کانال همگرا و واگرا در ابتدای کانال عرض کف و عرض سطح آب به ترتیب ۱۵۰ و ۲۰۰ متر و در آخرین مقطع کانال همگرا عرض کف و عرض سطح آب به ترتیب ۱۱۰ و ۱۸۰، هم‌چنین در آخرین مقطع کانال واگرا به ترتیب ۱۹۰ و ۲۴۰ متر است.

آنالیز ابعادی

در فرایند شبیه‌سازی باید سه شرط تشابه هندسی، سینماتیکی و دینامیکی برقرار بوده تا نتایج مدل‌سازی به پروتوتایپ قابل تعمیم باشد (Heller, 2017). تشابه هندسی وقتی برقرار خواهد بود که نسب تمام ابعاد مدل و پروتوتایپ مساوی باشند. این نسبت را مقیاس مدل‌سازی می‌گویند (رابطه ۱). در مدل غیرکج مقیاس در تمام جهات یکسان می‌باشد، بنابراین مقیاس برابر یک می‌شود. در مدل کج برخلاف مدل مستقیم چون مقیاس در دو جهت افقی و عمودی با هم متفاوت است، دو مقیاس در نظر گرفته خواهد شد (روابط ۱، ۲ و ۳). به همین دلیل شکل هندسی مدل در مدل‌های کج با اصل یکی نخواهد شد، در نتیجه شیب‌ها در مدل کج نسبت به نمونه اصلی تندتر می‌شوند. از تقسیم مقیاس طولی به عرضی درجه اعوجاج به دست می‌آید (رابطه ۴).

مدل‌های هیدرولیکی با درجات اعوجاج مختلف بررسی شود و هم‌چنین فرایند مدل‌سازی با مدل ریاضی انجام شده تا امکان مقایسه نتایج با پروتوتایپ وجود داشته باشد. لذا نوآوری این پژوهش، بررسی اثرات مقیاس در مدل‌های ریاضی برای مقایسه نتایج مدل در درجات اعوجاج مختلف با پروتوتایپ است؛ بنابراین در این پژوهش اثرات میزان تأثیر اعوجاج مدل و نحوه تأثیر آن در نتایج به صورت کمی و کیفی بررسی می‌شود. اثرات مقیاس بر نتایج مدل‌سازی هیدرولیکی جریان در چهار حالت کانال مستقیم، همگرا، واگرا و انحنا دار بررسی می‌شود. شبیه‌سازی هیدرولیکی با استفاده از مدل‌سازی ریاضی در مدل عددی MIKE21 با درجات اعوجاج یک (مدل غیرکج)، دو، پنج و ۱۰ در مقطع دوزنقه‌ای انجام می‌شود.

مواد و روش‌ها

در این بخش، روش مدل‌سازی و مبانی آنالیز ابعادی برای بررسی اثر مقیاس بر نتایج مدل هیدرولیکی با استفاده از مدل عددی مورد بحث قرار گرفته است.

مشخصات پروتوتایپ

در این پژوهش، برای بررسی اثرات مقیاس در مدل‌های کج یک کانال با مقطع دوزنقه‌ای در مقیاس رودخانه واقعی در نظر گرفته شد. نتایج شبیه‌سازی هیدرولیکی جریان در چهار حالت مختلف از شرایط جریان در کانال مستقیم، تنگ‌شدگی تدریجی (همگرا) و بازشدگی تدریجی (واگرا) و انحنا با زاویه خم ۹۰ درجه انجام شد (شکل ۱؛ جدول ۱). هم‌چنین برای بررسی نتایج در طول

Table 1. Prototype specifications

Channel	Length (km)	Discharge (m ³ /s)	Depth (m)	Roughness (s/m ^{1/3})	Bottom width (m)	Bed Slope	Side Slope
Straight	4	1490.44	5	0.035	150	0.0005	1:5
Convergent	2	1490.44	5	0.035	150	0.0005	1:5
Divergent	2	1490.44	5	0.035	150	0.0005	1:5
Curved	2	1490.44	5	0.035	150	0.0005	1:5

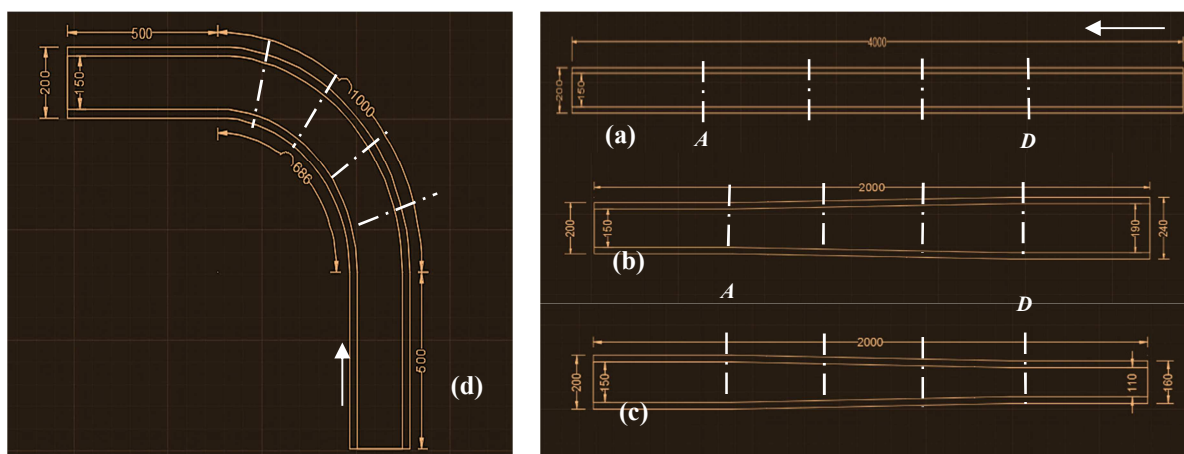


Figure 1. Prototype plan and cross sections a) straight, b) convergent, c) divergent, d) curved channel

$$Fr_R = \frac{Fr_{PP}}{Fr_M} = 1 \quad (\text{رابطه ۵})$$

$$\frac{U_P}{U_M} = \frac{n_M}{n_P} \left(\frac{R_P}{R_M} \right)^{2/3} \left(\frac{S_P}{S_M} \right)^{1/2} \quad (\text{رابطه ۶})$$

$$S_R = L_R \quad (\text{رابطه ۷})$$

$$P_R = L_R \quad (\text{رابطه ۸})$$

$$R_R = L_R \quad (\text{رابطه ۹})$$

$$A_R = L_R^2 \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

$$n_R = L_R^{1/6} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$Q_R = L_R^{2.5} \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

$$V_R = L_R^{0.5} \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

$$U_R = L_R^{0.5} \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

که در رابطه فوق، U_P سرعت جریان در پروتوتایپ، U_M سرعت جریان در مدل، V_P سرعت عرضی در پروتوتایپ، U_M سرعت عرضی در مدل، n_M ضریب زبری مانینگ در مدل، n_P ضریب زبری مانینگ پروتوتایپ، R_P شعاع هیدرولیکی پروتوتایپ، R_M شعاع هیدرولیکی در مدل، S_P شیب در پروتوتایپ و S_M شیب در مدل، P_R مقیاس محیط خیس شده و Q_R مقیاس دبی جریان می‌باشد. مقادیر پارامترهای هیدرولیکی در مدل‌ها با استفاده از مقیاس‌های محاسبه‌شده محاسبه می‌شود (جدول ۳).

$$L_R = \frac{L_P}{L_M} \quad (\text{رابطه ۱})$$

$$X_R = \frac{X_P}{X_M} \quad (\text{رابطه ۲})$$

$$Y_R = \frac{Y_P}{Y_M} \quad (\text{رابطه ۳})$$

$$G = \frac{X_R}{Y_R} \quad (\text{رابطه ۴})$$

در روابط بالا L_P طول در پروتوتایپ، L_M طول در مدل، L_R مقیاس مدل‌سازی، X_R مقیاس افقی، Y_R مقیاس عمودی، G درجه اعوجاج می‌باشد. در این پژوهش چهار وضعیت از درجات اعوجاج مختلف شامل مدل غیرکج ($G=1$) و مدل کج با درجات اعوجاج دو، پنج و ۱۰ در نظر گرفته شد. مقیاس افقی در هر چهار مدل یکسان می‌باشد و با تغییر مقیاس عمودی درجه اعوجاج نیز تغییر می‌کند (جدول ۲).

Table 2. Scales in models

Models	Horizontal scale (X_R)	Vertical scale (Y_R)	Distorted Degree (G)
Undistorted Model (G1)	100	100	1
Distorted Model 1 (G2)	100	50	2
Distorted Model 2 (G5)	100	20	5
Distorted Model 3 (G10)	100	10	10

مقیاس پارامترهای هیدرولیکی جریان با استفاده از آنالیز ابعادی با تشابه عدد فرود (رابطه ۵) و معادله تجربی مانینگ (رابطه ۶) بین مدل و پروتوتایپ با فرض جریان در بستر زبر و کاملاً آشفته محاسبه می‌شود (روابط ۷ تا ۱۴).

Table 3. Calculated values of hydraulic parameters using scales

Models	Length (m)	Depth (m)	Bottom Width (m)	Hydraulic radius (m)	Wetted Perimeter (m)	Cross area (m ²)	Bed Slope	Side Slope
Prototype	4000	5	150	4.35	200.1	875	0.0005	5
Undistorted Model (G1)	40	0.05	1.5	0.043	2.001	0.0875	0.0005	5
Distorted Model 1 (G2)	40	0.1	1.5	0.085	2.038	0.175	0.001	2.5
Distorted Model 2 (G5)	40	0.25	1.5	0.198	2.207	0.437	0.0025	1
Distorted Model 3 (G10)	40	0.5	1.5	0.321	2.720	0.875	0.005	0.5

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \rho u_*^2 \frac{(U, V)}{\sqrt{U^2 + V^2}} = \quad (\text{رابطه ۱۸})$$

$$\rho C_f \sqrt{U^2 + V^2} (U, V)$$

که $C_f = gn^2 / h^{1/3}$ ، n ضریب زبری مانینگ، u_* سرعت

برشی بستر است. مقادیر تنش‌های مؤثر T_{xx} ، T_{yy} و T_{xy} از روابط (رابطه ۱۹)، (رابطه ۲۰) و (رابطه ۲۱) قابل محاسبه است.

$$T_{xx} = 2(v + v_t) \frac{\partial U}{\partial x} \quad (\text{رابطه ۱۹})$$

$$T_{yy} = 2(v + v_t) \frac{\partial V}{\partial y} \quad (\text{رابطه ۲۰})$$

$$T_{xy} = 2(v + v_t) \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \quad (\text{رابطه ۲۱})$$

که v سرعت سینماتیک و v_t سرعت ادی آشفستگی جریان است که مدل‌سازی آن نیاز به مدل‌های آشفستگی دارد. برای اطلاعات بیشتر به مرجع (Lai, 2010) رجوع شود.

بسی متری پروتوتایپ و مدل‌ها با استفاده از نرم‌افزار AutoCAD طراحی شد. مش‌بندی پروتوتایپ در شبکه ۵۰ مترمربعی و برای مدل‌ها با مقیاس ۱۰۰ با مش‌بندی ۰/۰۵ مترمربع در مدل MIKEzero انجام شد. برای شبیه‌سازی هیدرودینامیک کانال‌ها از ماژول Flow Model FM-HD با شرایط مرزی دبی جریان از بالادست و تراز سطح آب برای شرایط مرزی پایین در نظر گرفته شد و برای مرز سواحل چپ و راست نیز (دیواره‌ها) شرایط Land (zero velocity) اعمال شد. در کانال‌ها ضریب زبری مانینگ ۰/۰۳ در نظر گرفته شد. شرایط پایداری و همگرایی مدل از طریق عدد کورانت با کنترل گام زمانی ۲۵ ثانیه تنظیم شد. به‌طوری‌که براساس ابعاد شبکه مش‌بندی و سرعت جریان مقدار آن ۰/۸ انتخاب شد.

مدل شبیه‌سازی

در این پژوهش، برای شبیه‌سازی هیدرولیکی جریان از مدل عددی دو بعدی MIKE21 استفاده شد. مدل MIKE21 برای شبیه‌سازی انواع مختلفی از سیستم‌های آبی به‌صورت دوبعدی نظیر رودخانه‌ها، دریاچه‌ها، دریاها و سواحل، مصب‌ها توسط مؤسسه هیدرولیک دانمارک توسعه داده شده است. در آن پارامترهای هیدرولیکی جریان توسط ماژول هیدرودینامیک FlowModelFM-HD شبیه‌سازی شده و از حل عددی معادلات بقای جرم و ممنتوم (رابطه ۱۵)، (رابطه ۱۶) و (رابطه ۱۷) به‌دست می‌آید. روش حل عددی معادلات مذکور به‌صورت حجم محدود میان سلولی نیمه‌ضمنی در دو جهت x و y میانگین‌گیری شده در عمق است (DHI, 2012).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hU)}{\partial x} + \frac{\partial(hV)}{\partial y} = 0 \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

$$\frac{\partial(hU)}{\partial t} + \frac{\partial(hUU)}{\partial x} + \frac{\partial(hVU)}{\partial y} =$$

$$-gh \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial(hT_{xx})}{\partial y} + \frac{\partial(hT_{xy})}{\partial y} - \frac{\tau_{bx}}{\rho}$$

$$\frac{\partial(hV)}{\partial t} + \frac{\partial(hUV)}{\partial x} + \frac{\partial(hVV)}{\partial y} =$$

$$-gh \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial(hT_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(hT_{yy})}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho}$$

در رابطه بالا، x و y مختصات کارتیزین، t زمان، h عمق آب، U و V مؤلفه‌های سرعت متوسط عمقی در جهت x و y ، T_{xx} ، T_{xy} و T_{yy} تنش متوسط عمقی در نتیجه آشفستگی و پخشیدگی، $z = z_b + h$ تراز سطح آب، z_b تراز بستر، ρ چگالی آب، τ_{bx} و τ_{by} تنش برشی بستر کانال است که از طریق رابطه (۱۸) قابل محاسبه است:

نتایج و بحث

میزان اختلاف در مشخصات جریان (عمق، سرعت متوسط و توزیع عرضی سرعت) از نتایج به‌دست‌آمده مدل MIKE21 برای پروتوتایپ، مدل غیرکج و کج برای کانال‌ها به‌طور جداگانه توسط پارامترهای R^2 ، RMSE و MAE (روابط ۲۲، ۲۳ و ۲۴) بررسی شد.

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})]^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (\text{رابطه ۲۲})$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}{n}} \quad (\text{رابطه ۲۳})$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - Y_i|}{n} \quad (\text{رابطه ۲۴})$$

که X_i و Y_i به ترتیب مربوط به پارامترهای هیدرولیکی مدل و پروتوتایپ است. \bar{X} و \bar{Y} به ترتیب میانگین مقادیر خروجی مدل و پروتوتایپ است و n تعداد داده‌ها را نشان می‌دهد.

کانال مستقیم

نتایج شبیه‌سازی عمق جریان در کانال مستقیم به‌صورت ماندگار و یکنواخت نشان داد (شکل ۲) که اعماق به‌دست‌آمده از مدل‌ها با پروتوتایپ اختلاف بسیار کمی دارد. به‌طوری‌که عمق در مدل غیرکج کاملاً بر پروتوتایپ منطبق است. در مدل‌های کج عمق جریان با اختلاف بسیار کمی، کم‌تر از عمق جریان پروتوتایپ است و با افزایش درجه اعوجاج اختلاف

بیش‌تر می‌شود. به‌طوری‌که درصد اختلاف نسبی آن‌ها کم‌تر از دو درصد به‌دست آمد. به‌دلیل این‌که در مدل‌های کج با افزایش درجه اعوجاج شیب افزایش می‌یابد. در نتیجه با افزایش شیب در کانال مستقیم، عمق جریان کاهش پیدا خواهد کرد (Tullis et al., 2020; Torres et al., 2018).

توزیع سرعت در عرض کانال در مدل غیرکج با پروتوتایپ اختلاف ندارد و کاملاً مشابه هستند. اما در مدل‌های کج توزیع سرعت تحت‌تأثیر اعوجاج هندسی قرار گرفته است (شکل ۳). نتایج نشان داد، سرعت در نزدیکی جداره کانال در مدل‌های کج کم‌تر از پروتوتایپ است و با شیب بیش‌تری در حال تغییر است و این اختلاف مرکزی کانال بیش‌تر از پروتوتایپ است و این اختلاف با افزایش درجه اعوجاج هم در نزدیکی جداره و هم در مرکز کانال افزایش می‌یابد. در مدل‌های کج شیب جداره‌ها عامل بسیار تأثیرگذاری است، به‌طوری‌که با افزایش درجه اعوجاج شیب جداره‌ها نیز نسبت به اصل تندتر شده و سطح مقطع به سمت مقطع مستطیلی میل می‌کند. از این‌رو، پروفیل عرضی سرعت تحت‌تأثیر فاصله از جداره و مرکز کانال قرار می‌گیرد (Wang & Chanson, 2016). در جدول (۴) شاخص‌های آماری از اختلاف توزیع سرعت عرضی بین مدل و پروتوتایپ آورده شده است.

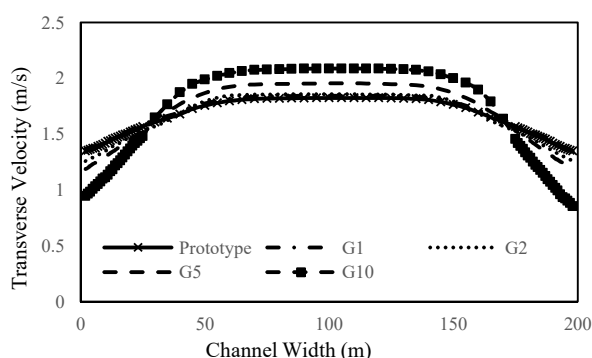


Figure 3. Transverse velocity distribution of straight channel

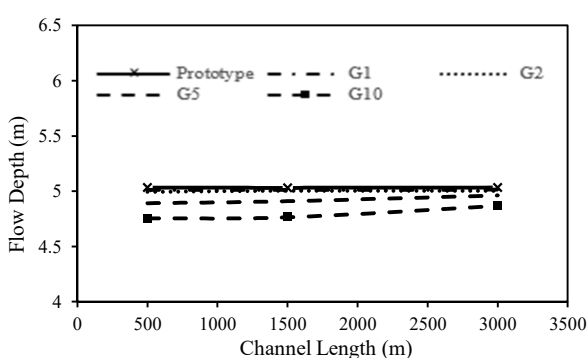


Figure 2. Flow depth profile of straight channel

توزیع عرضی سرعت تحت تأثیر اعوجاج هندسی قرار گرفته است. به طوری که با افزایش درجه اعوجاج، به دلیل افزایش شیب جداره کانال در مدل های کج، سرعت عرضی نیز افزایش می یابد (Wang & Chanson, 2016).

مطابق جدول (۶) بیشترین خطای نسبی از اختلاف توزیع عرضی سرعت در مدل غیرکج (G1) از مقطع A تا D و پروتوتایپ حدود ۰/۵۸ درصد است. متوسط خطای نسبی در مدل با درجه اعوجاج دو (G2) از مقطع A تا D چهار تا پنج درصد و بیشترین مقدار آن در نقاط ابتدایی روی شیب جداره کانال است که نه درصد و این اختلاف در مرکز کانال سه درصد می رسد.

در درجه اعوجاج پنج (G5) متوسط خطای نسبی به ۱۱ درصد می رسد که بیشترین مقدار آن همانند مدل G2 در سرعت های روی شیب جداره کانال است که برابر با ۱۸ درصد و در مرکز کانال برابر با ۱۱ درصد است. همچنین متوسط خطای نسبی در درجه اعوجاج ۱۰ (G10)، ۱۹ درصد و بیشترین مقدار آن ۳۳ درصد و همچنین در مرکز کانال ۲۰ درصد است؛ بنابراین خطای نسبی با افزایش درجه اعوجاج افزایش می یابد (Heller, 2017).

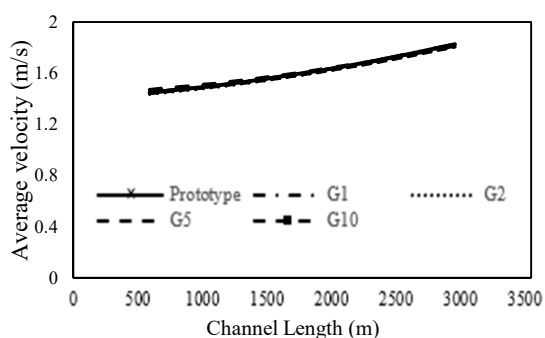


Figure 4. Average velocity of convergent channel

Table 4. Statistical parameters for the average velocity in the straight channel

Models	RMSE	MAE	R ²
Undistorted Model (G1)	0.013	0.001	0.99
Distorted Model 1 (G2)	0.063	0.003	0.97
Distorted Model 2 (G5)	0.084	0.004	0.97
Distorted Model 3 (G10)	0.135	0.018	0.96

کانال همگرا

نتایج شبیه سازی عمق و سرعت متوسط جریان در کانال همگرا در شکل (۴) و شکل (۵) نشان داده شده است. پروفیل عمق و سرعت متوسط جریان در طول کانال در مدل ها و پروتوتایپ با اختلاف بسیار کمی بر هم منطبق است. مقادیر پارامترهای آماری برای سرعت متوسط جریان در جدول (۵) محاسبه شده است. بیشترین خطا در شبیه سازی سرعت متوسط در مدل کج با درجه اعوجاج ۱۰ (G10) با پارامترهای RMSE و MAE به ترتیب ۰/۲۷۷ و ۰/۰۷۷ متر بر ثانیه به دست می آید.

توزیع سرعت در عرض کانال برای مدل ها و پروتوتایپ از مقطع A تا D در شکل (۶) نشان داده شده است. همانند کانال مستقیم، سرعت در جداره کانال در همه مقاطع عرضی در مدل ها و پروتوتایپ برابر صفر بوده و با فاصله گرفتن از مرز افزایش پیدا می یابد. همچنین،

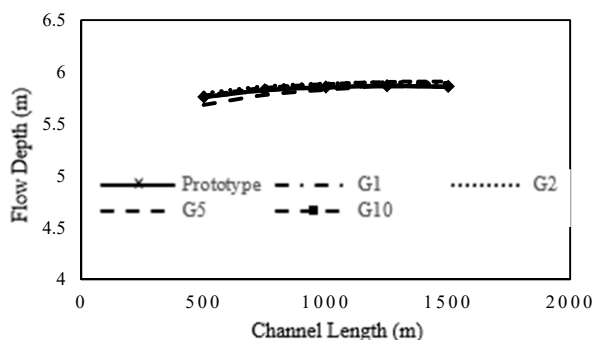


Figure 5. Flow depth profile of convergent channel

Table 5. Statistical parameters for the average velocity in the curved channel

Models	RMSE	MAE	R ²
Undistorted Model (G1)	0.053	0.003	0.99
Distorted Model 1 (G2)	0.077	0.006	0.99
Distorted Model 2 (G5)	0.138	0.019	0.99
Distorted Model 3 (G10)	0.277	0.077	0.99

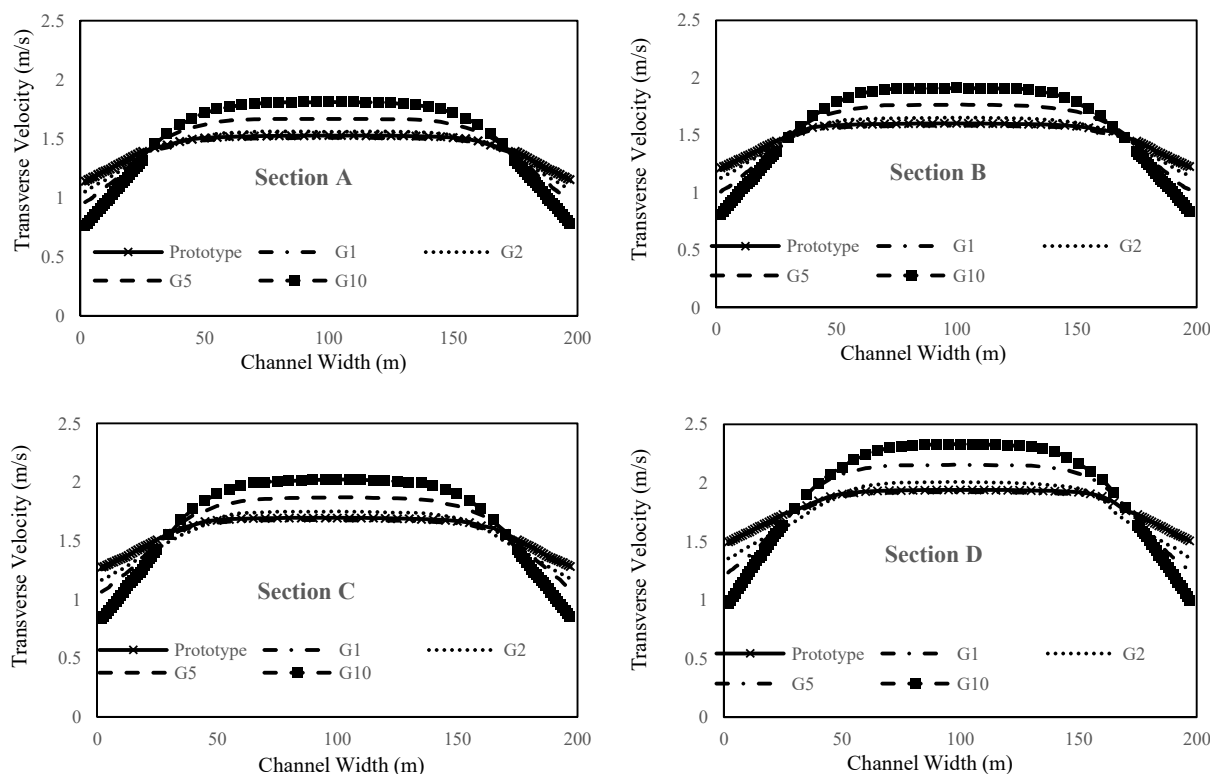


Figure 6. Transverse velocity distribution of convergent channel at sections A to D

است و با افزایش درجه اعوجاج مقدار خطای نسبی افزایش می‌یابد. نتایج پژوهش Zhao *et al.* (2013) نشان داد که در مدل‌های کج توزیع سرعت جریان نزدیک به کف کانال کم‌تر و در نزدیکی سطح آب بیش‌تر از پروتوتایپ می‌باشد. همچنین در مدل‌های کج توزیع سرعت عرضی در نزدیک جدارها کم‌تر و در مرکز مقطع کانال بیش‌تر از پروتوتایپ می‌باشد. از آنجایی که سرعت در هر نقطه (بردار مماس) و گرادیان تغییرات سرعت نقطه‌ای در عرض کانال در مدل کج با پروتوتایپ تفاوت دارد. بنابراین رفتار جریان در مدل‌های کج نسبت به پروتوتایپ نیز متفاوت می‌باشد (Patra & Kar, 2000). در پدیده‌هایی نظیر انتقال رسوب، تشکیل فرم بستر، انتقال آلاینده و هیدرودینامیک جریان در حالت دوبعدی، نتایج مدل‌سازی به‌شدت تحت تأثیر قرار می‌گیرد و خطا مدل‌سازی بالا می‌رود (Fang *et al.*, 2008).

Table 6. Relative error percent in the transverse velocity distribution in the convergent channel

Models	Min	Channel center	Max
Undistorted Model (G1)	0.01	0.04	0.58
Distorted Model 1 (G2)	0.25	3.0	9.0
Distorted Model 2 (G5)	1.84	11	18
Distorted Model 3 (G10)	2.26	20	33

کانال واگرا

نتایج شبیه‌سازی پارامترهای جریان در کانال واگرا مانند کانال همگرا نشان داد که توزیع عرضی سرعت در مقاطع A تا D مشابه همدیگر بوده و میزان اختلاف مدل‌های کج نسبت به پروتوتایپ مانند کانال همگرا می‌باشد (شکل ۷). در جدول (۷) مقدار درصد خطای نسبی هر مدل ارائه شده است.

مقایسه نتایج کانال مستقیم، همگرا و واگرا نشان داد که عمق و سرعت متوسط جریان در مدل‌ها نسبت به پروتوتایپ اختلاف زیادی ندارد. اما توزیع عرضی سرعت در مدل‌های کج نسبت به پروتوتایپ دارای خطای نسبی

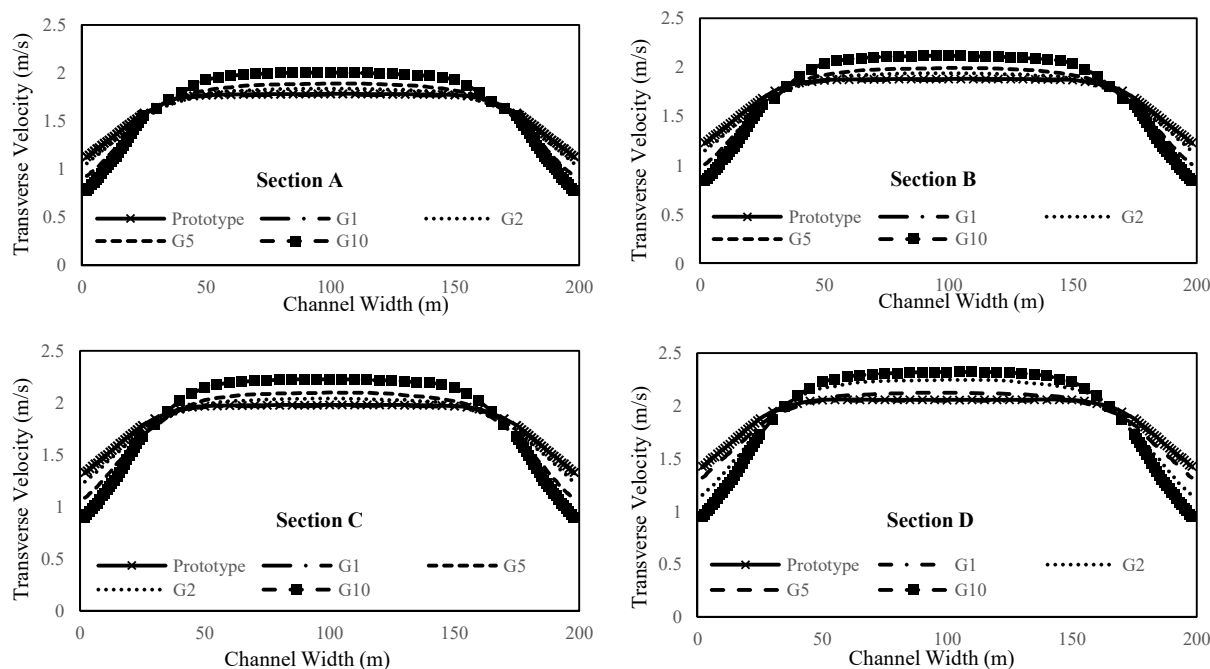


Figure 7. Transverse velocity distribution of divergent channel at sections A to D

سرعت جریان کم است (قوس داخلی مقطع)، اختلاف سرعت در مدل‌های کج از پروتوتایپ کم‌تر می‌باشد. این اختلاف در مسیر انحنا دار از اختلاف سرعت عرضی در عرض کانال در مسیرهای مستقیم، همگرا و واگرا به دلیل وجود جریان‌های ثانویه در کانال انحنا دار بیش‌تر است (Zarrati *et al.*, 2005; Haque *et al.*, 2006).

جدول (۹) میزان درصد خطای نسبی مدل‌ها نسبت به پروتوتایپ را نشان می‌دهد. متوسط خطای نسبی در مدل غیرکج (G1)، کم‌تر از یک است، اما با افزایش درجه اعوجاج، مقادیر خطای نسبی افزایش می‌یابد. به طوری که خطای نسبی درجه اعوجاج دو (G2) کم‌تر از ۱۰ درصد، در درجه اعوجاج پنج (G5)، بین ۱/۲ تا ۲۰ درصد و در درجه اعوجاج ۱۰ (G10) خطا تا ۳۹ درصد افزایش می‌یابد؛ لذا با توجه به این که خطای بیش‌تر از ۱۰ درصد در بررسی پدیده‌های هیدرولیکی قابل توجه است. بنابراین استفاده از مدل‌های کج با درجه اعوجاج بیش‌تر از دو در کانال‌های انحنا دار توصیه نمی‌شود (Baranya & Józsa, 2007).

Table 7. Relative error percent in the transverse velocity distribution in the divergent channel

Models	Min	Channel center	Max
Undistorted Model (G1)	0.01	0.05	0.47
Distorted Model 1 (G2)	0.26	3.0	9.0
Distorted Model 2 (G5)	0.80	9.3	18
Distorted Model 3 (G10)	0.25	19	33

کانال انحنا دار

پروفیل عمق و سرعت متوسط جریان در طول کانال انحنا دار با قوس ۹۰ درجه در شکل‌های (۸) و (۹) آورده شده است. نتایج نشان داد که پارامترهای هیدرولیکی در مدل‌ها و پروتوتایپ اختلاف بسیار کمی با هم دارند و پارامترهای خطا RMSE و MAE در برآورد سرعت متوسط جریان به کم‌تر از یک متر بر ثانیه است (جدول ۸).

نتایج به دست آمده از مدل عددی توزیع عرضی سرعت جریان در قوس کانال انحنا دار در مقاطع مقطع A تا D (شکل ۱۰)، نشان داد، در نقاطی که سرعت جریان زیاد است (قوس خارجی مقطع)، اختلاف سرعت در مدل‌های کج از پروتوتایپ زیاد است. در نقاطی که

در مدل‌های کج نسبت به پروتوتایپ وجود دارد. در مقاطع انحنا دار به دلیل توسعه جریان ثانویه پیچیده بوده و توزیع عرضی سرعت دارای خطای زیادی است (Patra *et al.*, 2004). این امر در مدل‌سازی میزان رسوب‌گذاری در قوس داخلی و فرسیاش در قوس خارجی خطا ایجاد خواهد کرد.

نتایج نشان داد، خطای نسبی توزیع عرضی سرعت در مدل غیرکج ناچیز است و با افزایش درجه اعوجاج مقدار آن افزایش می‌یابد. به طوری که در کانال مستقیم، کم‌ترین مقدار را دارد و در مسیرهای همگرا و واگرا درصد خطای نسبی تقریباً با هم برابر و در مسیر انحنا دار بیش‌ترین درصد خطا

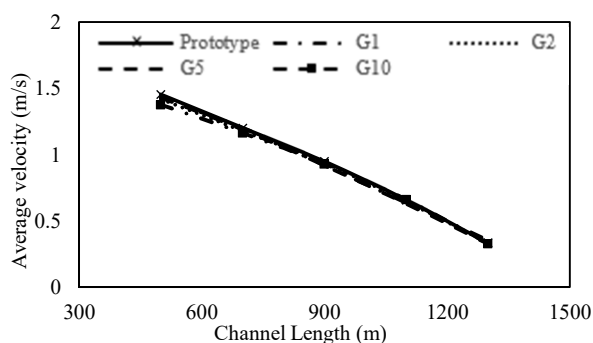


Figure 9. Average velocity of curved channel

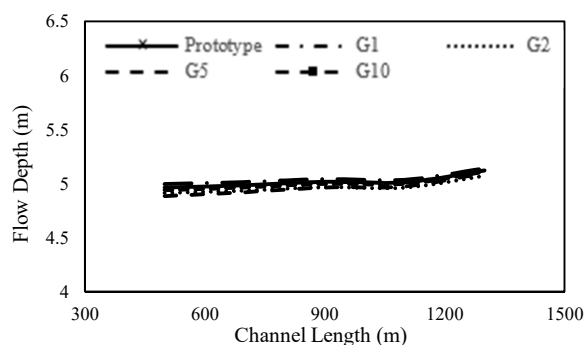


Figure 8. Flow depth profile of curved channel

Table 8. Statistical parameters for the average velocity in the curved channel

Models	RMSE	MAE	R ²
Undistorted Model (G1)	0.023	0.002	0.99
Distorted Model 1 (G2)	0.057	0.003	0.98
Distorted Model 2 (G5)	0.012	0.014	0.98
Distorted Model 3 (G10)	0.180	0.034	0.90

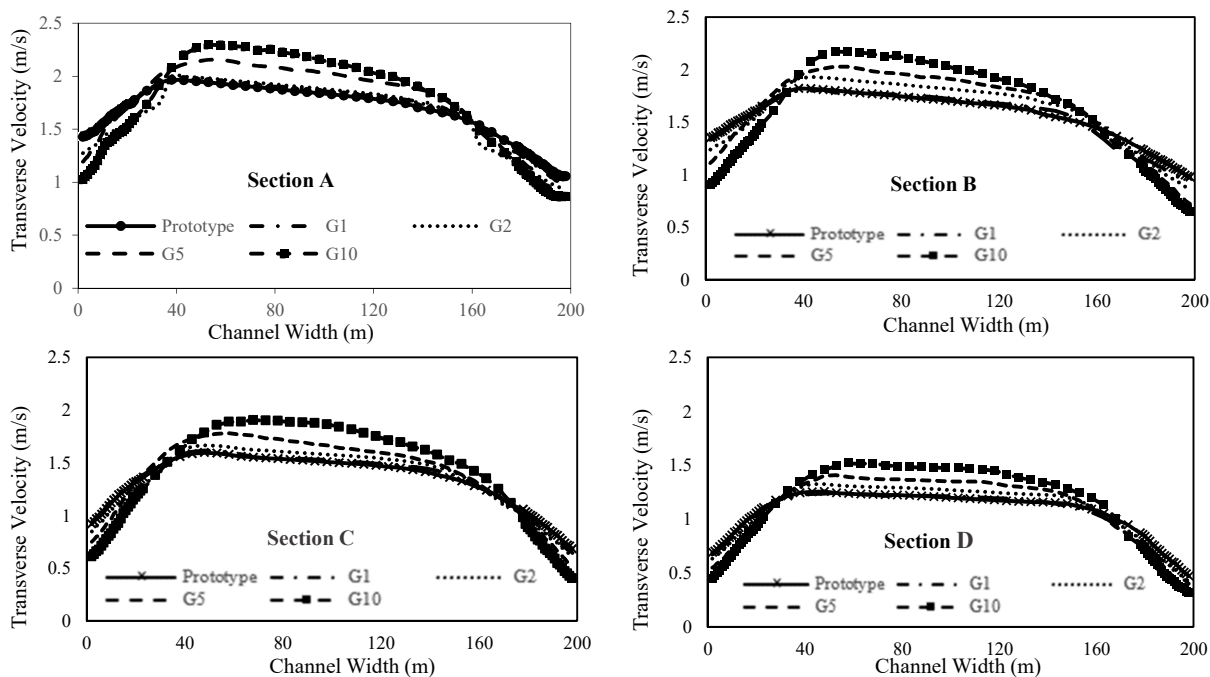


Figure 10. Transverse velocity distribution of curved channel at sections A to D

Table 9. Relative error percent in the transverse velocity distribution in the curved channel

Models	Min	Channel center	Max
Undistorted Model (G1)	0.02	0.09	0.67
Distorted Model 1 (G2)	0.25	8	10
Distorted Model 2 (G5)	1.2	15	25
Distorted Model 3 (G10)	2	21	39

نتیجه گیری

مدل‌های کج به شدت وابسته به درجه اعوجاج است. به طوری که در مدل G10 درصد اختلاف نسبی به ۳۳ درصد می‌رسد.

در کانال انحنادار بین پارامترهای هیدرولیکی مدل غیرکج و پروتوتایپ اختلافی مشاهده نشد. در مدل‌های کج نیز اختلاف بسیار ناچیز بوده و با افزایش درجه اعوجاج افزایش می‌یابد. اما توزیع عرضی سرعت به شدت وابسته به درجه اعوجاج است. به طوری که در مدل G10 خطای نسبی بین مدل و پروتوتایپ به ۳۹ درصد افزایش می‌یابد. همچنین بین نتایج مدل‌های کج و پروتوتایپ اختلاف سرعت در قوس خارجی زیادتر از اختلاف سرعت در قوس داخلی است. این مورد در مدل‌سازی و خطای نتایج رسوب‌گذاری و فرسایش مؤثر است.

دسترسی به داده‌ها

دسترسی به داده‌های اضافی این پژوهش، تنها از طریق ایمیل نویسنده مسئول امکان‌پذیر است.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان وجود ندارد.

منابع

1. Baranya, S., & Jozsa, J. (2007). Numerical and laboratory investigation of the hydrodynamic complexity of a river confluence. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 51, 3-8.
2. Bayle, P. M., Beuzen, T., Blenkinsopp, C. E., Baldock, T. E., & Turner, I. L. (2021). A new approach for scaling beach profile evolution and sediment transport rates in distorted laboratory models. *Coastal Engineering*, 163, 103794.

هدف اصلی این پژوهش، بررسی اثر مقیاس بر نتایج شبیه‌سازی هیدرولیکی جریان در کانال‌های باز با درجات اعوجاج مختلف بود. برای این منظور چهار حالت کانال مستقیم، همگرا، واگرا و انحنادار در مدل عددی MIKE21 شبیه‌سازی شد و نتایج خروجی پارامترهای عمق، سرعت و سرعت متوسط جریان در مدل‌ها و پروتوتایپ مقایسه شدند.

نتایج نشان داد که مقادیر عمق هیدرولیکی در مدل‌ها با پروتوتایپ تفاوتی ندارد و بر هم منطبق هستند. اما سرعت متوسط در مدل‌های کج نسبت به پروتوتایپ دارای اختلاف کمی است. اما توزیع عرضی سرعت در مدل‌های کج دارای اختلاف قابل‌توجهی با پروتوتایپ است و به شدت تحت تأثیر افزایش درجه اعوجاج و نوع کانال است. به طوری که در G2 کم‌ترین و در G10 بیش‌ترین درصد خطای نسبی مشاهده شد. همچنین درصد خطای نسبی بین نتایج مدل کج با پروتوتایپ در کانال مستقیم و جریان یکنواخت کم‌تر از کانال‌های همگرا، واگرا و انحنادار با جریان غیریکنواخت است.

در دو کانال همگرا و واگرا، نتایج بررسی اختلاف پارامترهای هیدرولیکی در مدل‌ها و پروتوتایپ مشابه هم‌دیگر بودند. مانند کانال مستقیم، بین عمق هیدرولیکی مدل غیرکج و پروتوتایپ اختلافی مشاهده نشد و درصد خطای نسبی بین مدل‌های کج و پروتوتایپ بسیار اندک بود. سرعت جریان در مدل‌ها نیز مانند عمق هیدرولیکی در این دو کانال کم‌تر از دو درصد اختلاف نسبی با نتایج پروتوتایپ داشت. اما نتایج توزیع سرعت عرضی در

3. DHI. (1999). MIKE 21 curvilinear. April 1999, DHI Water and Environment, Copenhagen, Denmark, User Guide and Scientific Documentation
4. Erpicum, S., Tullis, B. P., Lodomez, M., Archambeau, P., Dewals, B. J., & Pirotton, M. (2016). Scale effects in physical piano key weirs models. *Journal of Hydraulic Research*, 54, 692-698.
5. Fang, H., He, G., Liu, J., & Chen, M. (2008). 3D numerical investigation of distorted scale in hydraulic physical model experiments. *Journal of Coastal Research*, 41-54.
6. Fischer, H. B., & Holley, E. (1971). Analysis of the use of distorted hydraulic models for dispersion studies. *Water Resources Research*, 7, 46-51.
7. Gabl, R., Gems, B., Plörer, M., Klar, R., Gschnitzer, T., Achleitner, S., & Aufleger, M. (2014). Numerical simulations in hydraulic engineering. *Computational engineering*. Springer.
8. Gabriele, H., Stefan, H., Schneider, J., & Olsen, N. R. B. (2014). Numerical analysis of synthetic granulate deposition in a physical model study. *International Journal of Sediment Research*, 29, 110-117.
9. Haque, M. M., Klaassen, G. J., & Enggrob, H. G. (2006). Scale effects in movable bed models of rivers with dominant suspended load. *World Environmental and Water Resource Congress 2006: Examining the Confluence of Environmental and Water Concerns*, 2006. 1-13.
10. Heller, V. (2011). Scale effects in physical hydraulic engineering models. *Journal of Hydraulic Research*, 49, 293-306.
11. Heller, V. (2017). Self-similarity and Reynolds number invariance in Froude modelling. *Journal of Hydraulic Research*, 55, 293-309.
12. Lai, Y. G. (2010). Two-dimensional depth-averaged flow modeling with an unstructured hybrid mesh. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136, 12-23.
13. Link, O., Henríquez, S., & Ettmer, B. (2019). Physical scale modelling of scour around bridge piers. *Journal of Hydraulic Research*, 57, 227-237.
14. Lu, J., Liao, X., & Zhao, G. (2013). Experimental study on effects of geometric distortion upon suspended sediments in bending channels. *Sedimentary Geology*, 294, 27-36.
15. Mcclimans, T., & Gjerp, S. (1978). Numerical study of distortion in a Froude model. *Coastal Engineering* 1978.
16. Mcclimans, T., & Saegrov, S. (1982). River plume studies in distorted Froude models. *Journal of Hydraulic Research*, 20, 15-27.
17. Patra, K. C., & Kar, S. K. (2000). Flow interaction of meandering river with floodplains. *Journal of Hydraulic Engineering*, 126, 593-604.
18. Patra, K. C., Kar, S. K., & Bhattacharya, A. K. (2004). Flow and velocity distribution in meandering compound channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130, 398-411.
19. Savage, B. M., Crookston, B. M., & Paxson, G. S. (2016). Physical and numerical modeling of large headwater ratios for a 15 labyrinth spillway. *Journal of Hydraulic Engineering*, 142, 04016046.
20. Torres, C., Borman, D., Sleight, A., & Neeve, D. (2018). Investigating scale effects of a hydraulic physical model with 3D CFD. *Smart Dams and Reservoirs: Proceedings of the 20th Biennial Conference of the British Dam Society*, held at Swansea University from 13th-15th September 2018.
21. Tullis, B., Crookston, B., & Young, N. (2020). Scale effects in free-flow nonlinear weir head-discharge relationships. *Journal of Hydraulic Engineering*, 146, 04019056.
22. Tullis, B. (2018). Size-Scale Effects of Labyrinth Weir Hydraulics. Daniel Bung, Blake Tullis, 7th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Aachen, Germany, 15-18 May.
23. Waldron, R. L. (2008). Physical modeling of flow and sediment transport using distorted scale modeling.
24. Wang, H., & Chanson, H. (2016). Self-similarity and scale effects in physical modelling of hydraulic jump roller dynamics, air entrainment and turbulent scales. *Environmental Fluid Mechanics*, 16, 1087-1110.
25. Zarrati, A., Tamai, N., & Jin, Y. (2005). Mathematical modeling of meandering channels with a generalized depth averaged model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131, 467-475.
26. Zhao, G., Visser, P. J., Lu, J., & Vrijling, J. K. (2013). Similarity of the velocity profile in geometrically distorted flow model. *Flow Measurement and Instrumentation*, 32, 107-110.