



مدیریت آب و آبیاری (نشریه علمی)

دوره ۱۰ ■ شماره ۳ ■ زمستان ۱۳۹۹

صفحه‌های ۴۴۲-۴۲۹

DOI: 10.22059/jwim.2021.309141.820

مقاله پژوهشی:

مدل تحلیلی انتقال بار بستر در کانال‌های با شیب تند با رویکرد احتمالاتی آستانه‌های حرکت

حسین ریاحی مدوار*

استادیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران.

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۱۴

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۶/۱۸

چکیده

تخمین بار بستر در کانال‌های با شیب تند و رودخانه‌های کوهستانی، به علت پیچیدگی‌های فرایند احتمالاتی انتقال رسوب و محدودیت پژوهشی در شیب‌های تند، دارای اهمیت ویژه‌ای است. اغلب معادلات بار بستر برای کانال‌های با شیب ملایم توسعه یافته‌اند. انتقال بار بستر در کانال‌های با شیب تند علاوه بر تأثیرپذیری از مشخصات تصادفی جریان آشفته و توزیع تصادفی ذرات رسوب، تحت تأثیر شیب طولی بستر است. احتمال آستانه حرکت در شیب تند نسبت به شیب ملایم متفاوت است و کم‌تر به شرایط احتمالاتی آستانه حرکت در آنها پرداخته شده است. در این پژوهش از رویکرد احتمالاتی برای توسعه روابط احتمال آستانه‌های حرکت سه‌گانه غلتش، لغزش و جهش در شیب‌های تند استفاده شده و مدلی تحلیلی احتمالاتی برای تخمین بار بستر در رودخانه‌های با شیب تند براساس توزیع احتمال نرمال نوسان سرعت لحظه‌ای ارائه شده است. واسنجی نتایج مدل در مقایسه با نتایج ۵۶۴ سری داده آزمایشگاهی در کانال‌های با شیب یک تا ۲۰ درصد، نشان داد احتمال کل انتقال رسوب مجموع وزن‌دار سه احتمال آستانه حرکت غلتش، لغزش و جهش است. مقایسه بار بستر تخمینی مدل با مقادیر واقعی نشان داد، مدل توسعه‌یافته با $R^2=0.92$ و $RMSE=3.52$ دقت مطلوبی در تخمین بار بستر در کانال‌های با شیب تند دارد و مقایسه نتایج آن با نتایج شش معادله بار بستر، نشان از دقت و عملکرد بهتر رویکرد پیشنهادی دارد. از مهم‌ترین دستاوردهای این پژوهش، توسعه یک رویکرد تحلیل احتمالاتی برای تخمین بار بستر است. مدل تحلیلی احتمالاتی توسعه‌یافته قابلیت کاربرد در تخمین بار بستر در آبراهه‌های کوهستانی با شیب تند را دارد.

کلیدواژه‌ها: احتمال جهش، احتمال غلتش، احتمال لغزش، انتقال بار بستر، رودخانه کوهستانی، شیب تند.

Analytical model for bed load transport in steep channels by the probabilistic approach of incipient motions

Hossien Riahi-Madvar*

Assistant Professor, Department of Water and Science Engineering, College of Agriculture, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran.

Received: September 08, 2020

Accepted: January 03, 2021

Abstract

Estimation of Bed load transport in steep channels and mountain rivers, is important due to the complexity probabilistic processes of sediment transport and drawback of research in steep slopes. Most of bed load equations are developed for mild slope channels. Bed load transport in steep channels in additions to the effects of random properties of turbulent flow, and random distribution of grains in bed, also is affected by the steep slope. The probability of incipient motion in these channels is different form mild slope channels, and the conditional entrainment probability of them is less addressed. Therefore, in this study, a probabilistic based approach is used to develop the probability equations of the triple incipient motion thresholds of rolling, sliding and saltation on steep slopes and a probabilistic analytical model for estimating the bed load in steep slope rivers is presented based on the normal probability distribution of velocity fluctuations. Verification of the model results based on 564 experiments in slopes of one up to 20 percent, declares that the motion probability is a weighted summation of rolling, sliding and saltation probabilities. Comparing the bed load estimation in model with observed values indicates that the model with $R^2=0.92$ and $RMSE=3.52$, have accurate estimation in steep slopes. The comparisons with six bed load equations in previous studies its superiority is confirmed. The main contribution of the study developed an analytical model for bed load transport in steep slopes that can used for bed load estimation in Mountain Rivers.

Keywords: Bed load transport, Mountain river, Rolling probability, Saltation probability, Sliding probability, Steep slope.

مقدمه

انتقال رسوب یکی از مهم‌ترین فرایندهای است که باعث تغییرات در شکل هندسی و مورفولوژیکی رودخانه، فرسایش، رسوب‌گذاری اطراف سازه‌های آبی، مخازن سدها و داخل آبراهه‌ها می‌شود (Dwivedi et al., 2011). انتقال رسوبات یک پدیده احتمالاتی پیچیده است و به دو شکل عمده بار معلق و باربستر اتفاق می‌افتد که تحت تأثیر پارامترهای مختلفی از قبیل خصوصیات جریان، رسوبات، سیال و مشخصات هندسی مقطع عبور جریان قرار می‌گیرد و مدل‌سازی آن با عدم قطعیت و پیچیدگی همراه است (Einstein, 1943; Recking et al., 2004; Riahi-Madvar and Seifi, 2018; Valyrakis et al., 2010). این در حالی است که مکانیسم هیدرولیک آستانه‌های حرکت و انتقال رسوب در کانال‌های با شیب تند با شرایط انتقال رسوب در کانال‌های با شیب ملایم متفاوت‌تر و پیچیده‌تر است و لازم است تخمین دقیقی از اثرات شیب طولی بستر آبراهه بر آستانه‌های حرکت و معادلات انتقال باربستر در این شرایط داشت (Abrahams, 2003; Davoodi and Shafai Bejestan, 2012). در شیب تند رودخانه، به‌علت افزایش توان رودخانه، انتقال رسوبات پیش‌تر به فرم بار بستر و جریان ورقه‌ای رسوبات در مجاورت بستر با غلبه نیروهای هیدرولیکی مؤثر بر ذرات رسوب بر نیروهای مقاومت در مقابل حرکت صورت می‌گیرد (Dey and Ali, 2017). در این حالت با توجه به قابل‌توجه بودن مؤلفه وزن رسوبات در جهت شیب، ذرات رسوب با دریافت مومنتم از جریان آب و انتقال آن به ذرات رسوب در بستر باعث انتقال بار بستر به یکی از شکل‌های چرخش، لغزش و یا جهش می‌شوند (Cao, 1997; Damgaard et al., 1997). با وجود مطالعات بی‌شماری که در زمینه انتقال بار بستر در کانال‌های آبیاری و رودخانه‌های با شیب ملایم توسط مدل‌های تحلیلی،

آزمایشگاهی و یا عددی انجام شده است (Barati et al., 2015; Chen et al., 2010; Einstein, 1943; Rickenmann, 1991; Van Rijn, 1984; Qasem et al., 2017; Ebtehaj et al., 2020)، ولی در زمینه انتقال بار بستر در رودخانه‌های کوهستانی با شیب تند مطالعات به نسبت کم‌تری وجود دارد (Li et al., 2018; Abrahams, 2003). انتقال بار بستر و آستانه‌های حرکت رسوبات در کانال‌های با شیب تند علاوه بر تأثیر نوسان‌های سرعت جریان در مجاورت بستر، زبری و بی‌نظمی‌های بستر، تحت تأثیر مستقیم شیب طولی بستر آبراهه نیز قرار می‌گیرد که در مدل‌های قطعی و احتمالاتی مرسوم بار بستر کم‌تر لحاظ شده است (Davoodi and Shafai Bejestan, 2012).

در این زمینه مطالعات آزمایشگاهی انتقال بار بستر در کانال‌های با بستر شیب‌دار توسط Damgaard et al. (1997)، Smart (1984)، Rickenmann (1991) انجام شده و مشاهده شده که روابط مرسوم خطایی تا دو برابر مقادیر بار بستر اندازه‌گیری شده دارند و معادلات بار بستر نیازمند بازنگری در شیب‌های تند و رودخانه‌های کوهستانی هستند. تأثیر شیب بستر کانال بر آستانه حرکت بار بستر معمولاً براساس تعادل نیروهای وارد بر ذره رسوب در جهت جریان لحاظ می‌شود (Van Rijn, 1984; Chen et al., 2010) که خود تحت تأثیر توربولانس جریان در مجاورت بستر و نوسان‌های تصادفی سرعت لحظه‌ای قرار می‌گیرند (Jafari et al., 2019). تأثیر خصوصیات تصادفی و لحظه‌ای جریان بر انتقال بار بستر منجر به توسعه مدل‌های تحلیلی و احتمالاتی انتقال رسوب در کانال‌ها و رودخانه‌های با شیب ملایم شده است که از مهم‌ترین این مدل‌ها معادله بار بستر Einstein (1943, 1950)، Engelund and Fredsøe (1976) است. با وجود نمونه‌های به‌نسبت موفقی که از کاربرد مدل‌های احتمالاتی انتقال بار بستر در کانال‌ها و رودخانه‌های با

وارد بر ذره رسوب روی بستر در اثر رفتار احتمالاتی سرعت جریان در مجاورت بستر، باعث حرکت ذرات رسوب می‌شود (Wu and Chou, 2003).

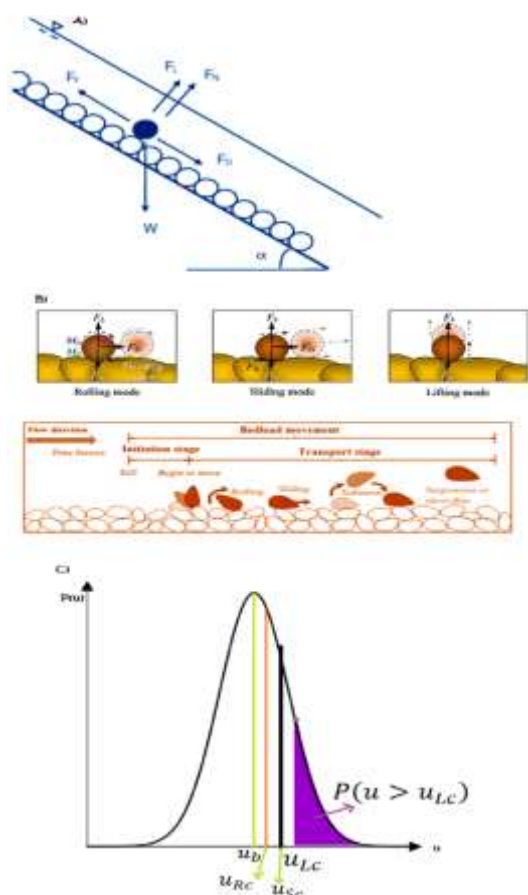


Figure 1. The mechanisms of sediment transport in steep rivers, A) sediment in steep slope and B) particle movement in rolling, sliding, and lifting mode and C) their probability of thresholds

همان‌طور که در قسمت قبلی و در بیان اهمیت و ضرورت موضوع بیان شد در این پژوهش روش موجود برای کانال‌های با شیب کم برای کانال‌های با شیب تند اصلاح شده و گسترش یافته است. در حقیقت چارچوب کلی پژوهش حاضر مبتنی بر سوابق مطالعات در مدل‌سازی احتمالاتی بار بستر در شیب‌های غیرتند (ملایم) است که با اعمال اصلاحاتی در نوع نیروهای

شیب ملایم وجود دارد (Bose and Dey, 2013; Cheng and Chiew, 1998; Engelund and Fredsøe, 1976; Wu and Lin, 2002; Einstein 1950) ولی در زمینه مدل‌سازی احتمالاتی بار بستر در شیب‌های تند مطالعات کم‌تر و محدودتری وجود دارد. در مقاله حاضر با تحلیل احتمالاتی نیروهای وارد بر ذره رسوب روی بستر شیب‌دار، یک مدل تحلیلی احتمالاتی برای آستانه‌های حرکت رسوبات به شکل‌های سه‌گانه غلتش، لغزش و جهش توسعه یافته است و با استفاده از آن می‌توان دبی بار بستر رسوبات در رودخانه‌های کوهستانی با شیب تند را تخمین زد. بنابراین با توجه به محدودیت مدل‌های موجود برای انتقال بار بستر در شیب‌های تند رودخانه‌ای از یک طرف و اهمیت کاربردی تخمین انتقال بار بستر در شیب‌های تند برای مطالعات مهندسی رودخانه از طرف دیگر، مقاله حاضر با هدف توسعه مدل تحلیلی احتمالاتی برای تخمین دبی بار بستر رسوبات در شیب‌های تند انجام شده است و مدلی برای محاسبه بار بستر در آبراه‌ها و کانال‌های با شیب تند براساس مفهوم احتمالاتی آستانه‌های حرکت سه‌گانه غلتش، لغزش و جهش توسعه یافته است و دقت آن با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی موجود در شیب‌های یک تا ۲۰ درصد ارزیابی شده است.

مواد و روش‌ها

توسعه روابط احتمالاتی آستانه غلتش، لغزش و جهش رسوبات در کانال با شیب تند

آستانه حرکت ذرات رسوب روی شیب زمانی اتفاق می‌افتد که در اثر نوسان‌های سرعت لحظه‌ای جریان نزدیک بستر، ذره رسوب پایداری خود را از دست داده و همان‌طور که شکل (۱) نشان می‌دهد، نیروهای محرک بر نیروهای مقاوم غلبه کنند. بنابراین برهم‌خوردن تعادل نیروها یا گشتاورهای

که در آن A مساحت ذره رسوب در برابر جریان، C_L ضریب ثابت، ρ جرم مخصوص سیال و ρ_s جرم مخصوص رسوبات، g شتاب ثقل و u سرعت لحظه‌ای سیال وارده بر ذره رسوب است. با جای‌گذاری معادلات (۲) و (۳) در رابطه (۱) سرعت لحظه‌ای در آستانه غلتش یا سرعت بحرانی غلتش (u_{RC}) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u_{RC} = \left[\frac{4}{3} \frac{f h g \Delta \rho \pi (\cos(\alpha) L_W - \sin(\alpha) L'_W) + 8Kd}{\rho \pi (C_D R_D + C_L R_L)} \right]^{0.5} \quad (4)$$

بنابراین در صورتی که سرعت لحظه‌ای در مجاورت بستر، که یک متغیر تصادفی است، از این سرعت آستانه غلتش u_{RC} بیش‌تر شود، ذره رسوب بار بستر شروع به غلتیدن می‌کند. همچنین تعادل نیروهای وارد بر ذره رسوب در آستانه لغزش طبق شکل (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_D + f_h W \sin(\alpha) \geq (f_h W \cos(\alpha) - F_L) \tan(\varphi) + T \quad (5)$$

با جای‌گذاری معادله (۲) در معادله (۵) شرط آستانه لغزش ذره رسوب روی بستر شیب‌دار کانال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$u_{SC} = \left[\frac{4}{3} \frac{f h g \Delta \rho \pi (\cos(\alpha) \tan(\varphi) - \sin(\alpha)) + 8K}{\rho \pi (C_D + C_L \tan(\varphi))} \right]^{0.5} \quad (6)$$

برای تعادل نیروها در آستانه حرکت ذره رسوب به صورت جهش نیز طبق شکل (۱) داریم:

$$F_L \geq f_h W \cos(\alpha) \quad (7)$$

شرط آستانه سرعت برای جهش ذره رسوب در روی شیب به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$u_{LC} = \left[\frac{4g\Delta d}{3C_L} f_h \cos(\alpha) \right]^{0.5} \quad (8)$$

در این روابط $D = (r_s - r)/r$ است. با توجه به شرایط

مؤثر و نوع احتمالات مؤثر بر انتقال رسوب در آن، به شیب‌های تند گسترش یافته است. بنابراین مشابه روشی (Dey, 2003; Dey, 2014; Wu and Chou, 2003; Wu and Lin, 2002; Yalin, 1977) که برای کانال‌های با شیب کم استفاده شده است در این قسمت با اعمال اصلاحاتی بر آن و افزودن نیروهای مؤثر بیش‌تر بر حرکت ذره، احتمالات لغزش، غلتش، و جهش رسوبات روش پیشنهادی برای کانال‌های با شیب تند گسترش یافته است.

در ادامه روش استخراج معادلات حاکم بر مدل در پژوهش حاضر آمده است. برای یک ذره رسوب که در بستر کانال با شیب قرار دارد طبق شکل (۱) نیروهای وزن مستغرق (W)، نیروی مقاومت بستر (F_F)، نیروهای دینامیکی پیش‌ران و بالابرنده سیال (F_D, F_L) و نیروی تماسی بین ذرات (T) به ذره رسوب وارد می‌شوند. طبق شکل (۱) برای ذره رسوب در آستانه غلتش، تعادل گشتاور نیروهای وارد بر ذره رسوب به صورت زیر است:

$$F_D R_D + F_L R_L + f_h W \sin(\alpha) L'_W \geq f_h W \cos(\alpha) L_W + T L_T \quad (1)$$

در رابطه بالا f_h ضریب هیدرودینامیکی جرم و R_D, R_L, L'_W, L_W, L_T بازوهای گشتاور هر کدام از نیروهای وارد بر ذره رسوب است که طبق پیشنهاد Dey (2014) برابر هستند با:

$$R_D = L'_W = \frac{2.6Hd}{H+d}, L_T = kd, L_W = \frac{0.43H(3H^2 + 2Hd + d^2)^{0.5}}{H+d} \quad (2)$$

در این روابط d قطره ذره رسوب، H عمق آب و k ضریب ثابت است. همچنین هر کدام از نیروهای وارد بر ذره در رابطه (۱) با توجه به شکل (۱) به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho u^2, \quad F_L = \frac{1}{2} C_L A \rho u^2, \quad (3)$$

$$W = (\rho_s - \rho) g \frac{\pi d^3}{6}, \quad T = k' d^2$$

$$\begin{aligned}
 P_S &= P(u > u_{SC}) - P(u > u_{LC}) & (11) \\
 &= \int_{u_{SC}}^{u_{LC}} f(u) du \\
 &= \int_{u_b}^{u_{LC}} f(u) du \\
 &\quad - \int_{u_b}^{u_{SC}} f(u) du
 \end{aligned}$$

هم‌چنین احتمال غلتش ذرات رسوب برابر است با:

$$\begin{aligned}
 P_R &= P(u > u_{RC}) - P(u > u_{SC}) & (12) \\
 &= \int_{u_{RC}}^{u_{SC}} f(u) du \\
 &= \int_{u_b}^{u_{SC}} f(u) du \\
 &\quad - \int_{u_b}^{u_{RC}} f(u) du
 \end{aligned}$$

با جای‌گذاری معادله توزیع نرمال سرعت نه در روابط (۱۰) تا (۱۲) و انتگرال‌گیری روی حدود به‌دست‌آمده در روابط (۴)، (۶) و (۸) با استفاده از تخمین تابع خطا، روابط احتمال آستانه غلتش، لغزش و جهش به‌دست می‌آیند و احتمال جهش ذره رسوب در کانال با شیب تند برابر است با:

$$P_L = 0.5 \left\{ 1 - \frac{X}{|X|} \sqrt{1 - \exp[-(Y - 2.2)^2]} \right\} \quad (13)$$

تابع احتمال لغزش ذره رسوب به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 P_S &= & (14) \\
 &0.5 \left\{ \frac{X}{|X|} \sqrt{1 - \exp[-(Y - 2.2)^2]} - \frac{Z}{|Z|} \right. \\
 &\quad \left. \times \sqrt{1 - \exp\left[-\frac{2}{\pi u_*^2} (Z)^2\right]} \right\}
 \end{aligned}$$

تابع احتمال غلتش ذره رسوب روی بستر کانال شیب‌دار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

آستانه در روابط (۴)، (۶) و (۸) در ادامه روابط احتمال حرکت رسوبات در مجاور بستر به شکل‌های غلتش، لغزش و جهش به‌دست می‌آیند. برای تعیین احتمال حرکت رسوبات نیاز است که احتمال بیش‌ترشدن سرعت لحظه‌ای جریان در مجاورت بستر از سرعت حد آستانه در روابط (۴)، (۶) و (۸) محاسبه شود. سرعت لحظه‌ای جریان در مجاورت بستر یک پدیده تصادفی است و بدین منظور پژوهش‌گران مختلف توزیع‌های احتمالاتی مختلفی را برای سرعت لحظه‌ای u در نظر گرفته‌اند، از جمله توزیع احتمال نرمال یا گوسی (Cheng and Chiew, 1998)، توزیع احتمال لوگ نرمال (Wu and Chou, 2003; Dey, 2014)، توزیع احتمال دو‌طرفه (Cao, 1997) را برای سرعت لحظه‌ای استفاده کرده‌اند. در این پژوهش نیز از توزیع احتمال نرمال برای سرعت لحظه‌ای با میانگین u_b استفاده شده است:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left(-\frac{(u - u_b)^2}{2\sigma_u^2}\right) \quad (9)$$

که در این رابطه ریشه مربعات سرعت لحظه‌ای $\sigma_u = \sqrt{(u - u_b)^2}$ حول u_b است و براساس توزیع لگاریتمی سرعت $u_b = 5.52u_*$ است. با توجه به توزیع نرمال برای سرعت، احتمال حرکت رسوبات به شکل جهش برابر است با:

$$\begin{aligned}
 P_L &= P(u > u_{LC}) = \int_{u_{LC}}^{\infty} f(u) du = & (10) \\
 &1 - \left[\int_{-\infty}^{u_b} f(u) du + \int_{u_b}^{u_{LC}} f(u) du \right] = \\
 &0.5 - \int_{u_b}^{u_{LC}} f(u) du
 \end{aligned}$$

و احتمال لغزش ذرات رسوب برابر است با:

منتقل می‌شود برابر N باشد در این حالت نرخ انتقال باربستر کل که مجموع بار بستر غلتش، لغزش و جهش است برابر خواهد بود با:

$$Q_b = Q_S + Q_R + Q_L = \quad (20)$$

$$\frac{N_S \rho_s \pi d^3}{6t_b} + \frac{N_R \rho_s \pi d^3}{6t_b} + \frac{N_L \rho_s \pi d^3}{6t_b} = \frac{N \rho_s \pi d^3}{6t_b}$$

که در آن Q_b دبی وزنی کل باربستر، Q_S ، Q_R ، Q_L به ترتیب دبی وزنی بار بستر در اثر جهش، غلتش و لغزش است و N مجموع کل ذرات در حال انتقال است که از جمع تعداد ذرات در حال جهش (N_L) و تعداد ذرات در حال غلتش (N_R) و تعداد ذرات در حال لغزش (N_S) به دست می‌آید. تعداد ذرات در حال حرکت (N_L ، N_R ، N_S) که از سطح A_b برداشت می‌شوند نیز با لحاظ احتمال مربوطه مشابه روش Einstein (1950) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$N_S = \frac{P_S A_b}{\pi d^2}, \quad N_R = \frac{P_R A_b}{\pi d^2}, \quad N_L = \frac{P_L A_b}{\pi d^2} \quad (21)$$

که در این روابط A_b مساحت سطح بستر با عرض واحد است و طبق نظر انیشتین (20) $A_b = 1 * L_b$ است و L_b طول مؤثر انتقال رسوب مربوط به هر کدام از فرایندهای جهش، غلتش و لغزش است و مشابه پیشنهاد Yalin (1977) طول مؤثر انتقال، و مقیاس زمان t_b طبق پیشنهاد Wang et al. (2008) از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$t_b = \beta \frac{d}{u_*}, \quad L_{b,S} = k_S d \theta^k, \quad L_{b,R} = k_R d \theta^k, \quad L_{b,L} = k_L d \theta^k \quad (22)$$

در این رابطه $L_{b,S}$ ، $L_{b,R}$ ، $L_{b,L}$ به ترتیب طول مؤثر انتقال جهش، غلتش و لغزش و k_S ، k_R ، k_L و ضرایب ثابت طول مؤثر انتقال هر کدام است. با جایگذاری روابط (21) و (22) در رابطه (20) داریم:

$$P_R = 0.5 \left\{ \frac{Z}{|Z|} \times \sqrt{1 - \exp\left[-\frac{2}{\pi u_*^2} (Z)^2\right]} + \frac{W}{|W|} \times \sqrt{1 - \exp\left[-\frac{2}{\pi u_*^2} (W)^2\right]} \right\} \quad (15)$$

در روابط فوق X ، Y ، Z ، W به صورت زیر است:

$$X = 0.21 \sqrt{\cos(\alpha) f_h} - \sqrt{\theta C_L} \quad (16)$$

$$Y = \frac{0.46 \sqrt{\cos(\alpha) f_h}}{\sqrt{\theta C_L}} \quad (17)$$

$$Z = \frac{\sqrt{4.19 \frac{\rho f_h}{\theta} u_*^2 [\cos(\alpha) \tan(\varphi) - \sin(\alpha)] + 8k}}{\rho \pi (C_D + C_L \tan(\varphi))} - 5.52 u_* \quad (18)$$

$$W = \frac{\sqrt{4.2 \frac{\rho f_h}{\theta} u_*^2 [\cos(\alpha) L_W - \sin(\alpha) L'_W] + 8kd}}{\rho \pi (C_D R_D + C_L R_L)} - 5.52 u_* \quad (19)$$

که در این معادلات $\theta = \frac{u_*^2}{\Delta g d}$ پارامتر شیلدز یا تنش برشی بدون بعد بستر است. بنابراین با استفاده از روابط (13) تا (19) در شرایط مختلف جریان می‌توان احتمال حرکت ذره رسوب به شکل‌های غلتش، لغزش و جهش را به صورت صریح محاسبه نمود و سپس به روشی که در زیر ارائه شده است دبی بار بستر را تعیین نمود.

توسعه مدل انتقال بار بستر در کانال با شیب تند

همان‌طور که در قسمت‌های قبلی بیان شد انتقال رسوبات بار بستر به سه شکل غلتش، لغزش و جهش اتفاق می‌افتد. با پیروی از روش پیشنهادی Dey and Ali (2017) و Li et al. (2018) و Engelund and Fredsøe (1976) نرخ انتقال بار بستر را تعیین نمود. اگر تعداد کل ذرات رسوبی که از مساحت A_b در بستر در مقیاس زمان t_b جدا شده و وارد لایه بستر شده و به صورت بار بستر

می‌شود که در مدل توسعه‌یافته هر کدام از وضعیت‌های جهش، لغزش و یا غلتش رسوبات با احتمال جداگانه مربوط به خود و ضریب وزنی جداگانه محاسبه می‌شوند و مدل تخمین احتمالاتی از بار بستر در کانال‌ها و رودخانه‌های کوهستانی با شیب تند را فراهم می‌کند.

نتایج و بحث

با توجه به این‌که اکثر پروژه‌های آبخیزداری در قسمت‌های با شیب تند رودخانه‌ها اجرا می‌شوند، انتقال بار بستر در این شرایط از جمله پدیده‌های بسیار حساس و مهم در مباحث مهندسی هیدرولیک مهندسی رسوب و رودخانه است و تخمین دقیق بار بستر نیازمند لحاظ تأثیر شیب تند بستر در معادلات مدل‌های بار بستر است. در این پژوهش برای استخراج مدل انتقال بار بستر در آبراه‌ها و رودخانه‌های با شیب تند، از مفهوم توزیع احتمال سرعت استفاده شده و توابع احتمال حرکت ذرات به صورت غلتش، لغزش و جهش به صورت جداگانه توسعه یافته است و با ترکیب آن‌ها با مفاهیم شدت انتقال رسوب، یک مدل احتمالاتی قطعی برای تخمین بار بستر توسعه یافته است. به منظور واسنجی ضرایب آن و ارزیابی دقت مدل توسعه‌یافته از ۵۶۴ داده آزمایشگاهی مربوط به کانال‌های با شیب بستر تند از یک درصد و تا ۲۰ درصد استفاده شده است (Cao, 1997; Gilbert, 1914; Smart, 1984; Meyer-Peter and Müller, 1948; Recking *et al.*, 2004). در مجموعه داده‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر شیب کف بین یک تا ۲۰ درصد، قطر ذرات رسوب بین ۰/۲۷۴ تا ۴۴/۳ میلی‌متر، چگالی رسوبات بین ۲۵۷۰ تا ۲۷۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب، دبی جریان بین ۰/۰۰۰۶ تا ۴/۶۱۴ مترمکعب در ثانیه، عدد فرود جریان بین ۰/۸۷ تا ۵/۱۹، عدد رینولدز جریان ۲۶۰۴ تا ۱۲۸۱۰۴۳، عدد رینولدز ذره رسوب بین ۲۴ تا ۹۶۶۷، پارامتر شیلدز بین ۰/۳۸۵ تا ۳/۷ و دبی رسوبات بار بستر

$$Q_b = Q_S + Q_R + Q_L \quad (23)$$

$$= \frac{2k_S d \theta^k \rho_S u_*}{3\beta} P_S + \frac{2k_R d \theta^k \rho_S u_*}{3\beta} P_R + \frac{2k_L d \theta^k \rho_S u_*}{3\beta} P_L$$

و با تعریف دبی حجمی باربستر به صورت $q_b = \frac{Q_b}{\rho_S} = \frac{Q_S}{\rho_S} + \frac{Q_R}{\rho_S} + \frac{Q_L}{\rho_S}$ در رابطه (۲۳) و تقسیم طرفین رابطه (۲۳) بر $\sqrt{g\Delta d}$ داریم:

$$\frac{q_b}{d\sqrt{g\Delta d}} = \frac{2k_S \theta^k u_*}{3\beta \sqrt{g\Delta d}} P_S + \frac{2k_R \theta^k u_*}{3\beta \sqrt{g\Delta d}} P_R + \frac{2k_L \theta^k u_*}{3\beta \sqrt{g\Delta d}} P_L \quad (24)$$

با توجه به این‌که $\theta = \frac{u_*^2}{\Delta g d}$ پارامتر تنش برشی بدون بعد یا پارامتر شیلدز و $\Phi = \frac{q_b}{d\sqrt{g\Delta d}}$ پارامتر بدون بعد نرخ انتقال بار بستر یا پارامتر شدت رسوب انیشتین است و با تعریف ضرایب ثابت آن به صورت $\alpha_* = \frac{2}{3\beta}$ رابطه (۲۴) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\Phi = \alpha_* (k_S P_S + k_R P_R + k_L P_L) \theta^\zeta \quad (25)$$

که در آن $\zeta = k + 0.5$ پارامتر شیلدز است و با جای‌گذاری $\beta_* = \frac{k_S}{k_L}$ و $\gamma_* = \frac{k_R}{k_L}$ به عنوان ضرایب ثابت احتمال لغزش و احتمال غلتش ذرات رسوب در رابطه (۲۵)، مدل نهایی تخمین بار بستر در کانال شیب‌دار به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\Phi = \alpha_* (\beta_* P_S + \gamma_* P_R + P_L) \theta^\zeta \quad (26)$$

بنابراین مدل نهایی تخمین باربستر در کانال‌های شیب‌دار به صورت رابطه (۲۶) به دست می‌آید که در آن احتمالات جهش، لغزش و غلتش از روابط (۱۳) تا (۱۹) که در این پژوهش توسعه یافته‌اند محاسبه می‌شوند و ضرایب $\zeta, \alpha_*, \beta_*, \gamma_*$ نیز پارامترهای واسنجی مدل می‌باشند و از مقایسه نتایج مدل با داده‌های اندازه‌گیری شده بار بستر تعیین می‌شوند. بنابراین ملاحظه

۵۶۴ داده آزمایشگاهی و حداقل سازی خطای مدل، ضرایب مدل برابر $\gamma_* = 0.2$, $\beta_* = 0.2$, $\alpha_* = 15$, $\zeta = 2.2$ حاصل شد و بنابراین فرم نهایی مدل بار بستر رابطه (۲۶) به صورت زیر به دست می آید:

$$\Phi = 15(0.2P_S + 0.01P_R + P_L)\theta^{2.2} \quad (27)$$

مقایسه توان ۲/۲ پارامتر شیلدز در رابطه (۲۷) با توان ۱/۵ در رابطه باربستر مایر-پیتر-مولر، نشان می دهد که در شرایط جریان در شیب تند تأثیر پارامتر شیلدز و تنش برشی بدون بعد بر شدت انتقال بار بستر بسیار بیش تر از کانال ها و رودخانه های با شیب ملایم است و هم چنین بررسی نتایج مدل نشان داد که در مقادیر تنش برشی کم، تأثیر احتمال غلتش و لغزش ذرات رسوب بیش تر است و با افزایش تنش برشی بدون بعد θ ، تأثیر احتمالات غلتش و لغزش کم تر می شوند و این نشان می دهد که در تنش برشی کم انتقال بار بستر بیش تر به صورت غلتش و لغزش است و در تنش برشی بزرگ، انتقال بار بستر بیش تر به صورت جهش است که با نتایج Van Rijn (1984) و Dey (2014) انطباق دارد.

ضرایب احتمال لغزش و غلتش و جهش در رابطه (۲۷) نشان می دهد که انتقال بار بستر در شیب های تند به طور یکسان تحت تأثیر احتمالات غلتش، و لغزش و جهش قرار نمی گیرد و احتمال حرکت رسوبات را نمی توان جمع ساده این احتمالات فرض کرد بلکه به صورت مجموع وزن دار احتمالات می باشد و بنابراین احتمال کل حرکت ذره رسوب برابر است با:

$$p_T = 0.2P_S + 0.01P_R + P_L \quad (28)$$

هم چنین ضریب $\alpha_* = 15$ در معادله ۲۷ بزرگ تر از ضریب ۸ در رابطه متناظر باربستر مایر-پیتر-مولر است و دلیل آن، ۱- مربوط به تأثیر مثبت شیب بستر کانال بر انتقال بار بستر و ۲- وسیع تر بودن محدوده تنش برشی بدون بعد در داده های پژوهش حاضر نسبت به داده های مایر-پیتر-مولر است.

بین $10^{-9} \times 1/5$ تا $14/33$ مترمکعب در ثانیه متغیر است. بنابراین مشاهده می شود این داده های محدوده وسیعی از ویژگی های جریان و رسوب را پوشش می دهند و قابلیت اعتبار نتایج مدل را بهبود می بخشند.

در شکل (۲) تغییرات شدت بار بستر بدون بعد Φ در مقابل پارامتر شدت جریان بدون بعد (عکس پارامتر شیلدز) $\Psi = \theta^{-1}$ براساس نتایج مدل بار بستر توسعه یافته و داده های آزمایشگاهی اندازه گیری شده ارائه شده است. طبق این شکل مشاهده می شود که با افزایش پارامتر Ψ شدت بار بستر Φ کاهش می یابد. با افزایش پارامتر شیلدز θ و یا همان تنش برشی بستر، شدت انتقال بار بستر نیز افزایش می یابد و این روند هم در مدل و هم در داده های آزمایشگاهی مشاهده شده است و مدل به خوبی توانسته است مفاهیم فیزیکی حاکم بر پدیده را شبیه سازی نماید. مقایسه منحنی $\Phi - \Psi$ در مدل با داده های آزمایشگاهی نشان می دهد که با وجود محدوده تغییرات به نسبت زیاد در داده های آزمایشگاهی، در محدوده وسیعی از پارامتر شدت جریان Ψ ، هم خوانی خوبی بین نتایج مدل و داده های آزمایشگاهی وجود دارد. بنابراین ملاحظه می شود مدل توسعه یافته به خوبی فرایند احتمالاتی انتقال بار بستر در کانال های با شیب تند را شبیه سازی می کند و با استفاده از توزیع احتمال نرمال برای نوسان های طبیعی سرعت لحظه ای جریان در مجاورت بستر، به خوبی برهم کنش جریان توربولانس آشفتنه موضعی مجاور بستر بر ذرات رسوب را در نظر گرفته و هر کدام از فازهای محتمل انتقال رسوب به شکل های جهش، غلتش و لغزش را تخمین می زند این در حالی است که در اغلب مدل های احتمالاتی انتقال بار بستر، از جمله مدل بار بستر انیشتین (۲۰)، امکان تخمین جداگانه احتمال انتقال بار بستر در هر کدام از فازهای جهش، لغزش و غلتش وجود ندارد. با واسنجی مدل با

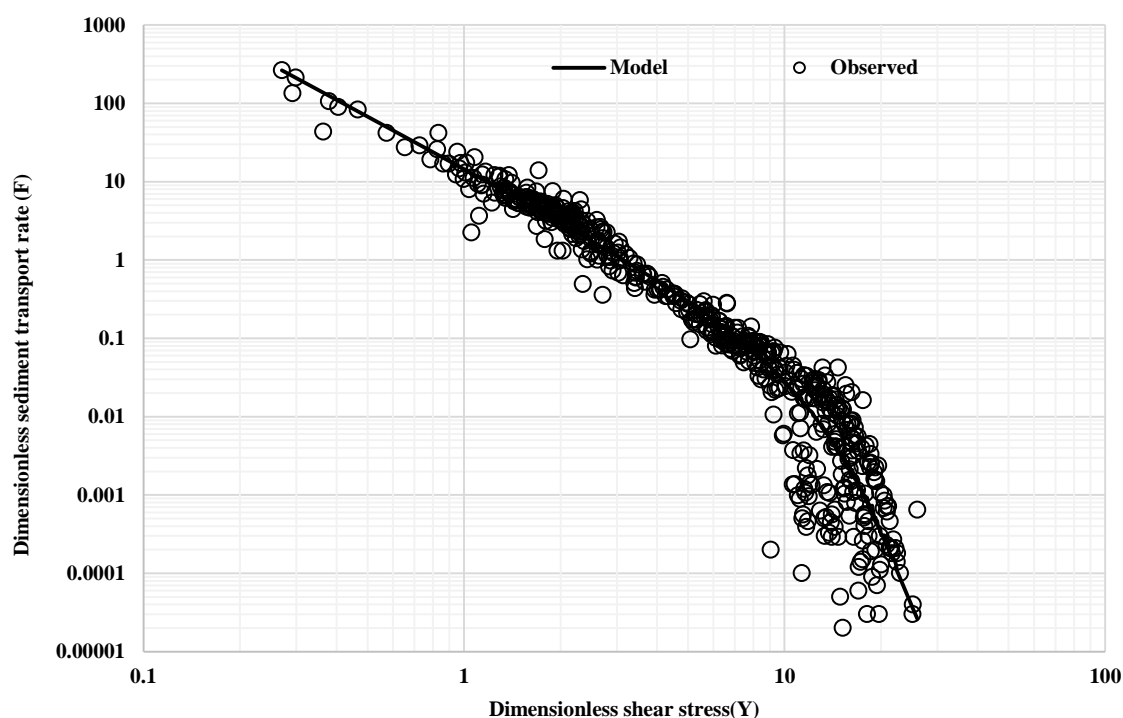


Figure 2. Comparison model results with experimental measurements in prediction of bed load in steep slopes

زاویه ایستایی بین ۳۰ درجه برای ماسه تا ۴۰ درجه برای شن متغیر است (Lim and Cheng, 1998) و در پژوهش حاضر این مقدار ۳۸/۵ درجه لحاظ شده است. طبق نتایج مدل در شکل (۲) مشاهده می‌شود که مدل با ضریب تعیین $R^2=0/92$ و $RMSE=3/52$ پیش‌بینی انتقال بار بستر در شیب‌های تند یک تا ۲۰ درصد را انجام داده است. بنابراین ترکیب توزیع نرمال سرعت لحظه‌ای با احتمالات آستانه‌های حرکت و تخمین احتمالاتی بار بستر، دقت مطلوبی در مدل‌سازی انتقال بار بستر در رودخانه‌های کوهستانی و کانال‌های با شیب تند را فراهم می‌کند و می‌تواند رویکردی تحلیلی در مدل‌سازی بار بستر فراهم کند.

در شکل (۳) شدت بار بستر اندازه‌گیری شده در مقابل مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل توسعه‌یافته در حالت بدون بعد و در حالت با بعد نمایش داده شده است و مشاهده می‌شود که همبستگی و انطباق مناسب بین مقادیر

علاوه بر این رابطه مایر-پیتر-مولر فقط برای مقادیر تنش برشی بزرگ‌تر از ۰/۰۴۷ قابل استفاده است، ولی رابطه (۲۷) محدودیتی از این نظر ندارد و برای تنش برشی بدون بین ۰/۰۳۸ تا ۳/۷ به دست آمده و دقت مطلوبی نیز نشان داده است. همچنین در رابطه مایر-پیتر-مولر نیاز به داشتن شرایط آستانه حرکت است ولی در مدل حاضر، احتمال حرکت ذرات با استفاده از روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) به صورت صریح محاسبه می‌شوند و در رابطه (۲۷) برای محاسبه نرخ انتقال بار بستر استفاده می‌شوند. علاوه بر این محدوده دبی رسوب بدون بعد در پژوهش حاضر از ۰/۰۰۰۰۲ تا ۲۶۴/۰۵ متغیر است و رژیم انتقال رسوب کم تا زیاد را شامل می‌شود. یکی از پارامترهایی که در مدل توسعه‌یافته باید لحاظ شود زاویه اصطکاک داخلی یا ایستایی رسوبات است که در رسوبات طبیعی تابع شکل ذرات و اندازه ذرات رسوب است.

در ادامه به منظور ارزیابی نتایج مدل پیشنهادی مقایسه بین نتایج آن با نتایج برخی از معادلات مرسوم و موجود برای بار بستر انجام شد. بدین منظور مقایسه بین نتایج مدل و با نتایج شش رابطه مایر- پیتر- مولر (MPM)، پارکر، چنگ، انگلاند و فردوس، یالین، و بگنولد انجام گرفت. به منظور رعایت اختصار از ذکر این معادلات اجتناب شده است و شکل ریاضی این معادلات در اغلب کتب مهندسی رسوب از جمله Dey (2014)، Meyer-Engelund and Fredsøe (1948), Peter Müller (1976) و Yalin (1977) موجود است و در صورت نیاز می توان به آن ها مراجعه نمود. در شکل (۴) و جدول (۱) مقایسه بین نتایج مدل پژوهش حاضر با نتایج مدل های پژوهشگران دیگر انجام شده است و همان طور که مشاهده می شود دقت نتایج پژوهش حاضر بهتر از دقت روابط پژوهشگران قبلی است. به ویژه در مقادیر پارامتر شیلدز بزرگ (پارامتر کوچک) در شکل (۴) تمامی مدل های قبلی بار بستر را کم تر از مقادیر واقعی اندازه گیری شده برآورد نموده اند و دلیل این مسأله به علت این است که این مدل ها اثرات شیب بستر کانال را لحاظ نمی کنند و نمی توانند انتقال رسوب مازاد حاصله از مؤلفه های وزن و نیروی برداشت در جهت شیب را لحاظ کنند و مقادیر بار بستر را کم تر تخمین می زنند. مدل های قبلی آستانه های حرکت و احتمالات جهش و لغزش و غلتش ذرات روی بستر با شیب تند باشد را لحاظ نمی کنند و بنابراین نقطه تمایز و تفاوت اصلی مدل پژوهش حاضر همین است که سه آستانه حرکت لغزش و غلتش و جهش را به صورت احتمالاتی بررسی می کند و سپس با استفاده از این احتمالات سه گانه نرخ انتقال بار بستر را محاسبه می کند و این نقطه تمایز و برتری و ارجحیت آن نسبت به مطالعات قبلی است.

همان طور که در شکل (۴) نشان داده شده است

دبی بار بستر برآورد شده با دبی بار بستر مشاهداتی در تمامی مقادیر کوچک تا بزرگ شدت باربستر وجود دارد و مقایسه نتایج نشان از موفقیت آمیز بودن رویکرد پیشنهادی در مدل سازی بار بستر در شیب های تند را دارد. بنابراین در بسترهای فرسایشی در جریان رودخانه های با شیب تند، مدل با در نظر گرفتن شرایط احتمالاتی آستانه حرکت، تخمین مناسبی برای بار بستر فراهم می کند و به عنوان یک رویکرد تحلیل کاربردی در رودخانه های کوهستانی قابل توسعه است.

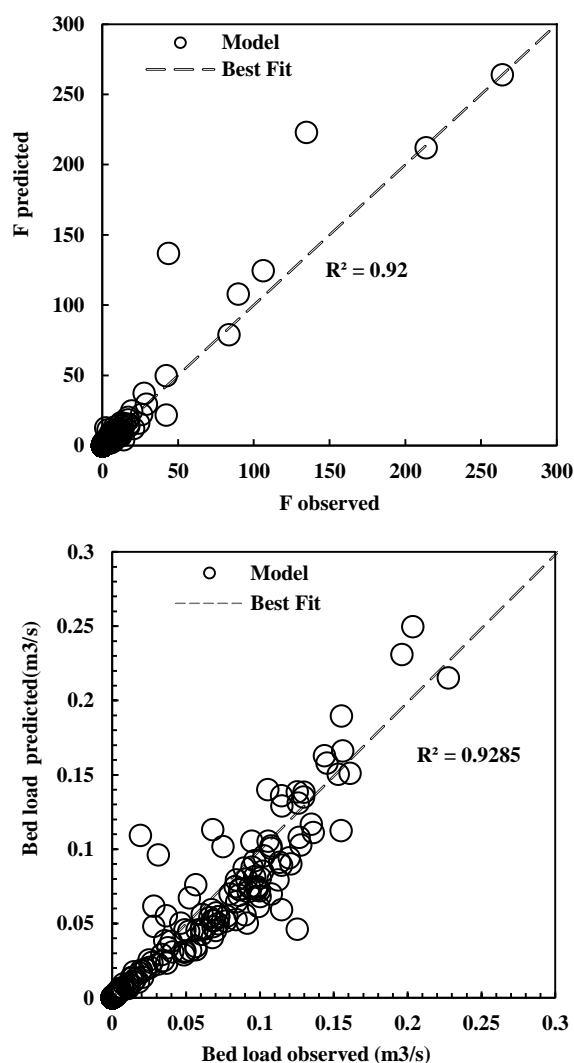


Figure 3. The scatter plots of model predictions versus observed values in dimension and non-dimension parameters of bed load

مدل تحلیلی انتقال بار بستر در کانال‌های با شیب تند با رویکرد احتمالاتی آستانه‌های حرکت

تغییرات شیب تندتر از مدل‌های قبلی است و مقادیر برآورد شده از مدل بیش‌تر از حالتی است که این توان مثلا ۱/۵ در مدل مایر-پیتر-مولر و یا بقیه مدل‌ها است. علاوه بر این شایان ذکر است که پارامتر شیلدز محدودیتی از نظر حداقل و حداکثر ندارد و همان‌طور که گفته شد محدوده پارامتر شیلدز در پژوهش حاضر بین ۰/۳۸۵ تا ۳/۷ است و بنابراین اعداد بزرگ‌تر از یک را هم در بر می‌گیرد و این بزرگ‌بودن از یک هم می‌تواند در حقیقت نشان‌دهنده تأثیر بیش‌تر شیب بستر باشد که در صورت پارامتر شیلدز وارد می‌شود و باعث بزرگ‌شدن می‌شود.

محدوده پارامتر ψ بین ۰/۲۷ تا ۲۶ متغیر است و بنابراین محدوده پارامتر شیلدز بین ۰/۳۸۵ تا ۳/۷ است و در پارامتر شیلدز کوچک‌تر از ۱ (در پارامتر ψ بزرگ‌تر از ۱- شیب منحنی مدل پژوهش حاضر خیلی تندتر از شیب منحنی معادلات قبلی شده است و به‌طور دقیق تأثیر شدیدتر بودن اثرات شیب را نشان می‌دهد. هم‌چنین در حالتی که معکوس پارامتر شیلدز در محور افقی از یک کم‌تر است (پارامتر شیلدز بزرگ‌تر از یک است) شیب منحنی مدل نیز بیش‌تر از شیب منحنی‌های قبلی است و به‌عبارت دیگر نرخ کاهش باربستر بدون بعد نسبت به

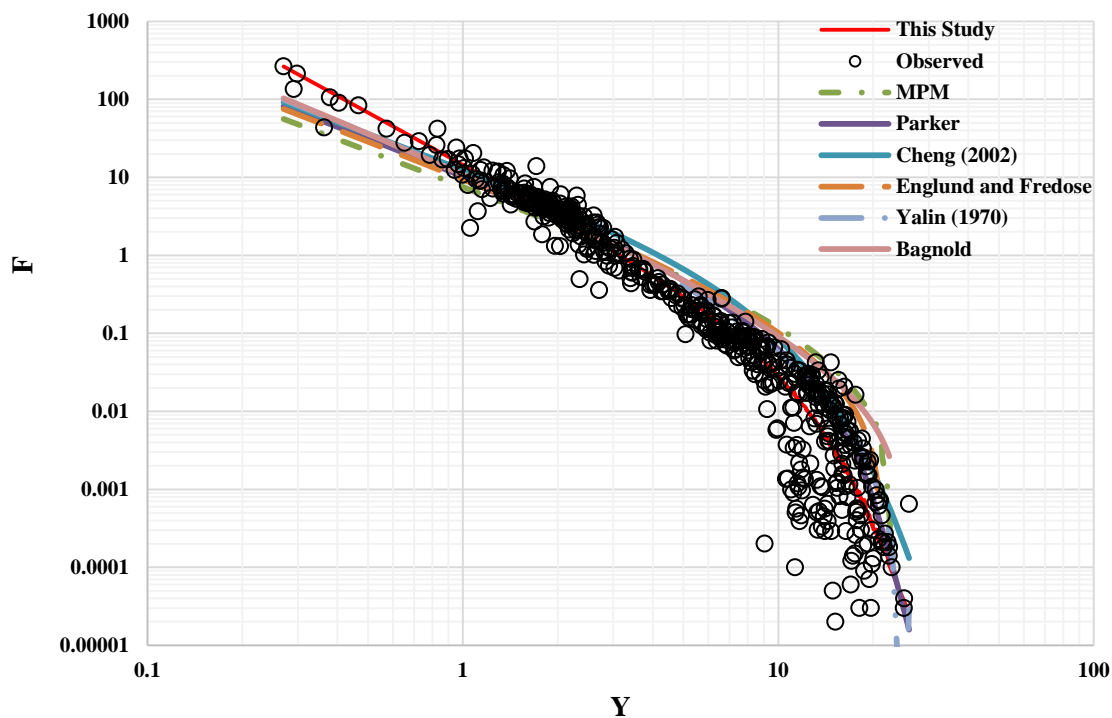


Figure 4. Comparing the results of present study with results of previous bed load equations

Table 1. The performance results of different models in bed load predictions

Row	Model	RMSE	MAPE (%)
1	This study	5.75	235
2	Mayer-Peter-Muler: MPM (1948)	12.94	1866.72
3	Parker (1990)	11	588.27
4	Chen (2000)	10.12	813.54
5	Englund and Fredose (1976)	11.5	1347.8
6	Yalin (1970)	9.8	610.4
7	Bagnold (1973)	9.6	1435.6

نتیجه گیری

انتقال بار بستر در کانال‌های با شیب تند علاوه بر تأثیرپذیری از مشخصات جریان آشفته تصادفی در مجاورت بستر و توزیع تصادفی ذرات رسوب، تحت تأثیر شیب طولی بستر نیز قرار گرفته و احتمال آستانه حرکت ذرات رسوب نسبت به آستانه حرکت در کانال‌های با شیب ملایم متفاوت است و لازم است شرایط احتمالاتی آستانه حرکت مربوط به آنها به‌طور ویژه بررسی و محاسبه گردد. در این مقاله با تحلیل نیروهای وارد بر ذره رسوب روی بستر شیب‌دار و ترکیب آنها با توزیع احتمال نرمال سرعت نوسانی جریان، معادلات احتمال حرکت ذره رسوب به شکل‌های لغزش، غلتش و جهش ارائه شده است. بدین منظور با تحلیل احتمالاتی رابطه احتمال آستانه حرکت جهش، غلتش و لغزش ذرات رسوب در کانال با شیب تند به‌دست‌آمده است و در ترکیب آن با مفاهیم انتقال بار بستر، یک مدل احتمالاتی برای تخمین شدت بار بستر ارائه شده است. مدل توسعه‌یافته براساس تعریف جدیدی از پارامترهای آستانه حرکت جهش، لغزش و غلتش در ترکیب با توزیع احتمال نرمال سرعت لحظه‌ای جریان، با لحاظ مشخصات شیب بستر، علاوه بر خصوصیات جریان و رسوبات توسعه یافته است. واسنجی ضرایب مدل و ارزیابی کارایی آن در پیش‌بینی بار بستر رسوبات جریان در کانال‌های با شیب تند در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده در شیب‌های بستر یک تا ۲۰ درصد انجام شده است. طبق نتایج مشاهده شد که مدل با ضریب تعیین $R^2=0/92$ و $RMSE=3/52$ پیش‌بینی انتقال بار بستر در مقادیر مختلف تنش برشی و شدت بار بستر کم تا زیاد را با دقت خوبی انجام داده است و مقایسه نتایج مدل با نتایج شش معادله تجربی دیگر نیز عملکرد بهتر مدل توسعه‌یافته را نشان داده است. با توجه به این‌که تمامی معادلات رسوب و

علاوه بر این همان‌طور که در شکل (۴) که مقایسه نتایج مدل با نتایج مدل مایر-پیتر-مولر MPM و مدل های دیگر انجام شده است مشاهده می‌شود که در پارامتر شیلدز بزرگ‌تر از یک، به‌علت بیش‌تر بودن اثرات شیب دقت مدل مایر-پیتر-مولر و بقیه مدل‌ها کم‌تر است و دچار کم تخمینی نسبت به مقادیر مشاهداتی شده‌اند. هم‌چنین در شرایطی که آستانه حرکت در کانال شیب‌دار در پارامتر شیلدز کم‌تری رخ داده است به‌علت تأثیر شیب، پارامتر شیلدز حداقل $0/385$ را در این شکل دارد، نسبت به شیلدز بحرانی $0/047$ که در اغلب معادلات مرسوم استفاده می‌شود و به‌همین دلیل در مقایسه بزرگ ψ (پارامتر شیلدز کوچک) معادلات قبلی دقت مطلوبی ندارند و نتوانسته‌اند نقاط انتهایی منحنی $\phi - \psi$ را به‌خوبی برآورد نمایند، به‌دلیل این‌که آستانه حرکتی که آنها لحاظ کرده‌اند بزرگ‌تر از آستانه حرکتی است که در کانال شیب‌دار اتفاق افتاده است ولی رابطه توسعه‌یافته در پژوهش حاضر به‌خوبی توانسته است این مقادیر را تخمین بزند و ارجحیت آن هم در برآورد الگوی کلی حاکم بر رابطه $\phi - \psi$ تأیید شده است و هم بر مقادیر پارامتر شیلدز کوچک و بزرگ دقت مطلوب‌تری نسبت به معادلات دیگر داشته است. هم‌چنین در جدول (۱) مقایسه بین نتایج مدل‌های مختلف با معیارهای درصد متوسط خطای مطلق و مجذور مربعات خطا انجام شده است و مشاهده می‌شود که از نظر مقادیر کمی معیارهای خطا هم دقت مدل توسعه‌یافته در تحقیق حاضر نسبت به مدل‌های قبلی مرسوم بهتر است. طبق نتایج این جدول مشاهده می‌شود که در مدل حاضر $MAPE=235$ و $RMSE=5/75$ به‌دست آمده است که هر دوی این مقادیر از نتایج تمامی مدل‌های دیگر به‌ترتیب ۶۰ درصد و ۴۰ درصد کم‌تر می‌باشند.

10. Dey, S. (2014). *Fluvial hydrodynamics: Hydrodynamic and sediment transport phenomena*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
 11. Dey, S., & Ali, S. Z. (2017). Mechanics of sediment transport: Particle scale of entrainment to continuum scale of bedload flux. *Journal of Engineering Mechanics*, 143(11), 04017127.
 12. Dwivedi, A., Melville, B. W., Shamseldin, A. Y., & Guha, T. K. (2011). Flow structures and hydrodynamic force during sediment entrainment. *Water resources research*, 47(1), 1-18.
 13. Ebtehaj, I., Bonakdari, H., Safari, M. J. S., Gharabaghi, B., Zaji, A. H., Madavar, H. R., ... & Mehr, A. D. (2020). Combination of sensitivity and uncertainty analyses for sediment transport modeling in sewer pipes. *International Journal of Sediment Research*, 35(2), 157-170.
 14. Einstein, H. A. (1943). Formulas for the transportation of bed load. *Transactions on American Society of Civil Engineering*, 107(1), 561-577.
 15. Einstein, H.A. (1950). *The bed-load function for sediment transportation in open channel flows* (Technical bulletin number 1026). US Washington, DC: United States Department of Agriculture, Soil Conservation Service.
 16. Engelund, F., & Fredsøe J. (1976). A sediment transport model for straight alluvial channels. *Nordic Hydrology*, 7(5), 293-306.
 17. Gilbert, G. K. (1914). *The transportation of debris by running water*. Washington, DC, USA: US Geological Survey.
 18. Jafari, N., Mazaheri, M., & Samani, J. M. V. (2019). Analytical evaluation of temporal and spatial sensitivity of longitudinal dispersion coefficient in rivers for unsteady and nonuniform flows. *Water and Irrigation Management*, 9(1), 155-169. (In Persian).
 19. Li, J. D., Sun, J., & Lin, B. (2018). Bed-load transport rate based on the entrainment probabilities of sediment grains by rolling and lifting. *International Journal of Sediment Research*, 33(2), 126-136.
 20. Lim, S. Y., & Cheng, N. S. (1998). Prediction of live-bed scour at bridge abutments. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(6), 635-638.
 21. Meyer-Peter, E., & Müller, R. (1948). Formulas for bed-load transport. In IAHSR 2nd meeting, Stockholm, appendix 2. IAHR.
 22. Qasem, S. N., Ebtehaj, I., & Riahi Madavar, H. (2017). Optimizing ANFIS for sediment transport in open channels using different evolutionary algorithms. *Journal of Applied Research in Water and Wastewater*, 4(1), 290-298.
- دقت آن‌ها به شدت تابع واسنجی و تعیین ضرایب و ثابت-های آنها است، کاربرد مدل نیازمند ارزیابی و صحت‌سنجی در رودخانه‌های واقعی با اندازه‌گیری‌های دقیق است و به‌عنوان گام بعدی در پژوهش‌های آتی، اندازه‌گیری دقیق بار بستر در رودخانه‌های کوهستانی با شیب تند و واسنجی مدل قابل‌توصیه است.

تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان وجود ندارد.

منابع

1. Abrahams, A. D. (2003). Bed-load transport equation for sheet flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(2), 159-163.
2. Barati, M. M., Mazaheri, M., & Samani, J. M. V. (2015). One-dimensional pollutant transport model in natural rivers, with emphasis on the role of storage zones. *Journal of water and Irrigation Management*, 5(2), 169-190. (In Persian).
3. Bose, S.K., & Dey, S. (2013). Sediment entrainment probability and threshold of sediment suspension: exponential-based approach. *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(10), 1099-1106.
4. Cao, Z. (1997). Turbulent Bursting-based sediment entrainment fluctuation. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(3), 233-236.
5. Chen, X., Ma, J., & Dey, S. (2010). Sediment transport on arbitrary slopes: Simplified model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136(5), 311-317.
6. Cheng, N.S., & Chiew, Y.M. (1998). Pickup probability for sediment entrainment. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(2), 232-235.
7. Damgaard, J. S., Whitehouse, R. J., & Soulsby, R. L. (1997). Bed-load sediment transport on steep longitudinal slopes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(12), 1130-1138.
8. Davoodi, L., & Shafai Bejestan, M. (2012). Application of submerged vanes for sediment control at intakes from irrigation trapezoidal channels. *Water and Irrigation Management*, 1(2), 59-71. (In Persian).
9. Dey, S. (2003). Threshold of sediment motion on combined transverse and longitudinal sloping beds. *Journal of Hydraulic Research*, 41(4), 405-415.

23. Recking, A., Boucinha, V., & Frey, P. (2004). Experimental study of bed-load grain size sorting near incipient motion on steep slopes. *River flow*, Napple, 253-258.
24. Riahi-Madvar, H., & Seifi, A. (2018). Uncertainty analysis in bed load transport prediction of gravel bed rivers by ANN / ANFIS. *Arabian Journal of Geosciences*, 11(21), 688.
25. Rickenmann, D. (1991). Hyper concentrated flow and sediment transport at steep slopes. *Journal of hydraulic engineering*, 117(11), 1419-1439.
26. Smart, G. M. (1984). Sediment transport formula for steep channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 110(3), 267-276.
27. Valyrakis, M., Diplas, P., Dancey, C. L., Greer, K., & Celik, A. O. (2010). Role of instantaneous force magnitude and duration on particle entrainment. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 115, 1-18.
28. Van Rijn, L. C. (1984). Sediment transport, part I: bed load transport. *Journal of hydraulic engineering*, 110(10), 1431-1456.
29. Wang, X., Zheng, J., Li, D., & Qu, Z. (2008). Modification of the Einstein bed-load formula. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(9), 1363-1369.
30. Wu, F. C., & Chou, Y. J. (2003). Rolling and lifting probabilities for sediment entrainment. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(2), 110-119.
31. Wu, F. C., & Lin, Y. C. (2002). Pickup probability of sediment under log-normal velocity distribution. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(4), 438-442.
32. Yalin, M.S., (1977). *Mechanics of sediment transport*. Oxford, New York: Pergamum Press.