



Estimation of nonlinear muskingum parameters in flood routing using graphical method

Eshagh Karimian Galeh¹ | Ali Raeisi² | Meysam Salarijazi³

1. Water Engineering Department, Faculty of Agriculture, Shahrekord University, Shahrekord, Iran. E-mail: ashaghkarimian@gmail.com
2. Corresponding Author, Water Engineering Department, Faculty of Agriculture, Shahrekord University, Shahrekord, Iran. E-mail: ali_raeisi@sku.ac.ir
3. Department of Water Engineering, Water & Soil Engineering Faculty, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan, Iran. E-mail: meysam.salarijazi@gau.ac.ir

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received 23 May 2025

Received in revised form

26 June 2025

Accepted 18 August 2025

Published online 17 March 2026

Keywords:

Flood Routing

Graphical method

Linear Muskingum

Non-linear Muskingum

ABSTRACT

Flood Routing is one of the fundamental topics in water resources system management and flood control engineering. The Muskingum model is among the most well-known and widely used hydrological routing methods. In the nonlinear Muskingum method, three parameters must be estimated: the storage coefficient (K), the weighting factor for inflow and outflow (χ), and the exponent of the storage term (m). In contrast, the linear Muskingum method only involves the first two parameters (K and χ), making it simpler with one less variable. This research focuses on presenting a simple graphical method for estimating the parameters of the nonlinear Muskingum model. To assess the accuracy and reliability of the proposed graphical method, results were compared with those obtained from Excel's SOLVER tool, which is considered a more precise technique. The graphical method was applied to three flood events. The results showed that the parameters derived using the proposed method were very close to those estimated using SOLVER. Notably, across all flood events, both the performance criteria and hydrographs indicated that the graphical method for the nonlinear Muskingum model outperformed its linear counterpart in terms of accuracy. Furthermore, comparisons between observed peak discharge and the estimated peak discharge revealed that, in all cases, the nonlinear Muskingum model provided values closer to the actual recorded data than the linear model. For instance, the Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE) values obtained for the Wilson, Wye, and Karun flood events were as follows: Wilson Flood: 0.19 (linear graphical), 0.35 (nonlinear graphical), 0.96 (SOLVER); Wye Flood: 0.86 (linear graphical), 0.95 (nonlinear Graphical), 0.97 (Solver); Karun Flood: 0.62 (linear graphical), 0.98 (nonlinear graphical), 0.99 (SOLVER).

Cite this article: Karimian Galeh, E., Raeisi, A., & Salarijazi, M. (2026). Estimation of nonlinear muskingum parameters in flood routing using graphical method. *Journal of Water and Irrigation Management*, 15 (4), 729-743. DOI: <https://doi.org/10.22059/jwim.2025.395793.1233>



© The Author(s).

DOI: <https://doi.org/10.22059/jwim.2025.395793.1233>

Publisher: University of Tehran Press.



تخمین پارامترهای روش ماسکینگام غیر خطی در روندیابی سیل با استفاده از شیوه ترسیمی

اسحق کریمیان گله^۱ | علی رئیسی^۲ | میثم سالاری جزی^۳۱. گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران. رایانامه: ashaghkarimian@gmail.com۲. نویسنده مسئول، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران. رایانامه: ali_raeisi@sku.ac.ir۳. گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی آب و خاک، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان. رایانامه: meysam.salarijazi@gau.ac.ir

اطلاعات مقاله

چکیده

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۳/۰۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۴/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۲۷

تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۱۲/۲۶

کلیدواژه‌ها:

روندیابی

روش ترسیمی

ماسکینگام خطی

ماسکینگام غیرخطی

روندیابی سیل یکی از موضوعات مهم و اساسی در مدیریت سامانه‌های منابع آب و مهندسی کنترل سیل می‌باشد. مدل ماسکینگام از معروف‌ترین و پرکاربردترین روش‌های روندیابی هیدرولوژیکی است. در روش غیرخطی ماسکینگام، سه پارامتر ضریب ذخیره (K)، پارامتر وزن دبی ورودی و خروجی (X) و پارامتر نمایی ذخیره (m) بایستی تخمین زده شوند، درحالی‌که نوع خطی آن فقط شامل دو پارامتر اول بوده و دارای یک پارامتر کم‌تر است. در پژوهش پیش رو، هدف ارائه یک روش ترسیمی و ساده برای تخمین پارامترهای ماسکینگام غیر خطی است. هم‌چنین به‌منظور مقایسه و ارزیابی دقت روش ارائه‌شده از ابزار Solver نرم‌افزار Excel که شیوه دقیق‌تری محسوب می‌شود، استفاده گردید. با پیاده‌سازی روش ترسیمی ارائه‌شده بر روی سه رخداد سیل، نتایج نشان داد که پارامترهای استخراج‌شده در مدل ماسکینگام غیرخطی بسیار نزدیک به مقادیر به‌دست‌آمده از روش Solver است. نکته قابل توجه در همه سیل‌های ارائه‌شده این است که تمامی معیارها و هیدروگراف‌ها، نشان از برتری دقت روش ترسیمی در ماسکینگام غیرخطی نسبت به نوع خطی آن است. مقایسه دبی اوج مشاهده‌ای و دبی اوج برآوردشده نیز نشان داد که در تمامی موارد مقدار دبی اوج در روش ماسکینگام غیرخطی نسبت به ماسکینگام خطی به داده‌های ثبت‌شده واقعی، نزدیک‌تر است. به‌عنوان نمونه، مقادیر معیار ارزیابی ناش-ساتکلیف به‌ترتیب در روش‌های ترسیمی خطی ماسکینگام، غیرخطی ماسکینگام و روش Solver روی داده‌های سیل‌های ویلسون ۰/۱۹، ۰/۳۵ و ۰/۹۶، وای ۰/۸۶، ۰/۹۵ و ۰/۹۷ و کارون ۰/۶۲، ۰/۹۸ و ۰/۹۹ حاصل گردید.

استناد: کریمیان گله، اسحق؛ رئیسی، علی و سالاری جزی، میثم (۱۴۰۴). تخمین پارامترهای روش ماسکینگام غیرخطی در روندیابی سیل با استفاده از

شیوه ترسیمی. نشریه مدیریت آب و آبیاری، ۱۵ (۴)، ۷۲۹-۷۴۳. DOI: <https://doi.org/10.22059/jwim.2025.395793.1233>



۱. مقدمه

رودخانه یکی از عناصر اصلی زیست‌بوم کره زمین است که همواره در پیدایش، تکامل و توسعه تمدن جوامع بشری نقش قابل توجهی داشته است. در میان بلایای طبیعی، سیل‌ها مخرب‌ترین هستند و خسارت‌های زیادی به زندگی انسان‌ها، زیرساخت‌ها، کشاورزی و سیستم اجتماعی-اقتصادی وارد می‌کنند (Mosavi et al., 2018). سیل‌ها در جهان امروز که به سرعت در حال شهرنشینی است ویرانی فزاینده‌ای ایجاد می‌کنند (Jongman, 2018). در واقع سیل عبارت است از بالآمدن نسبتاً زیاد جریان آب در یک رودخانه. این بالا آمدن حالتی نسبی داشته و اصولاً نسبت به رژیم عادی و یا نرمال سنجیده می‌شود. اگر بتوان سیل را از قبل پیش‌بینی کرد، می‌توان برای کاهش خسارات و تلفات جانی هشدار و آمادگی لازم را اتخاذ کرد. یک سیستم پیش‌بینی سیل ممکن است شامل تمام یا برخی از بخش‌های سه عنصر اساسی زیر باشد؛ یک مدل پیش‌بینی بارندگی، یک مدل پیش‌بینی بارش-رواناب یا یک مدل روندیابی سیل (Hsu et al., 2003). روندیابی سیل برای طراحی اقدامات سازه‌ای و همچنین غیرسازه‌ای کنترل سیل بسیار با اهمیت است. روندیابی شامل پیش‌بینی و محاسبه تغییرات حجم، سرعت و شکل موج سیل، به‌عنوان تابعی از زمان در یک یا چند نقطه از رودخانه است (Farzin et al., 2018).

در یک دسته‌بندی مدل‌های روندیابی سیل به سه گروه روندیابی توزیعی، روندیابی نیمه‌توزیعی و روندیابی متمرکز (یکپارچه) تقسیم‌بندی می‌شوند، مدل‌های توزیعی روندیابی بر پایه حل هم‌زمان معادلات سنت-ونانت بنا نهاده شده‌اند. در این روش‌ها خصوصیات مسیر نظیر شیب کف، ضریب زبری و عرض کف در نظر گرفته می‌شود، در مدل‌های روندیابی متمرکز نه‌تنها مشخصات مسیر در نظر گرفته نمی‌شود بلکه مشخصات جریان نیز تنها در انتهای رودخانه محاسبه می‌شود. به‌عبارت دیگر، در روش‌های روندیابی متمرکز فقط به تغییرات زمانی مشخصات در ابتدا و انتهای بازه کانال توجه می‌شود، در مدل‌های نیمه‌توزیعی تنها از خصوصیات نظیر ژئومورفولوژی و فیزیک جریان بهره گرفته می‌شود (Nourani et al., 2008). همچنین در دسته‌بندی دیگر مدل‌های روندیابی سیلاب را می‌توان به دو روش هیدرولیکی و هیدرولوژیکی طبقه‌بندی نمود. رویکردهای هیدرولیکی شامل معادلات پیچیده‌ای است که در روندیابی سیل با دقت بالا اما با استفاده از داده‌های زیادی به‌ویژه از مشخصات رودخانه استفاده می‌کند. معادلات حاکم بر روش روندیابی هیدرولیکی عبارتند از معادلات حاکم بر جریان سیلاب، معادله پیوستگی و معادله اندازه حرکت. این معادلات که معروف به معادلات سنت-ونانت هستند بیانگر یک جریان غیردائمی و غیریکنواخت هستند و از آنجایی که این معادلات به روش تحلیلی قابل حل نیستند، تلاش‌های زیادی برای حل این معادلات با روش‌های عددی انجام پذیرفته است (Todini, 1991). در مقابل، روش‌های روندیابی سیلاب هیدرولوژیکی روش‌هایی ساده هستند و از پارامترهای محدود همراه با معادلات خطی و غیرخطی براساس معادله پیوستگی به‌منظور روندیابی سیل بهره می‌گیرند (Orouji et al., 2014). روندیابی هیدرولوژیکی به روش‌هایی گفته می‌شود که تأثیرات دینامیکی موج در آن‌ها ناچیز در نظر گرفته شده و از شتاب سطح آب و اندازه حرکت صرف‌نظر می‌گردد و به‌منظور عملیات روندیابی، معادله پیوستگی جریان مورداستفاده قرار می‌گیرد. لذا مبنای کار در این نوع روندیابی استفاده از معادله پیوستگی، هیدروگراف‌های ورودی، دبی حداکثر سیلاب، سرعت سیلاب، سطح مقطع جریان ورودی، رابطه دبی-اشل پایین دست و اطلاعات سیلاب‌های گذشته است. در واقع در روش‌های روندیابی هیدرولوژیکی از اصل پیوستگی جریان، رابطه دبی و ذخیره موقت آب در طول مسیر استفاده می‌شود. این روش‌ها در عین حال که ساده بوده، از دقت قابل قبولی نیز برخوردارند (Ponce and Lugo, 2001). مدل ماسکینگام از معروف‌ترین و پرکاربردترین روش‌های روندیابی متمرکز و هیدرولوژیکی است (Akan, 2006). روش ماسکینگام اولین بار توسط McCarthy (1938) معرفی شد و سپس شکل غیرخطی آن توسط Gill (1978) ارائه گردید (McCarthy, 1938; Gill, 1978). در دهه‌های

گذشته، پژوهش‌های وسیعی در زمینه روندیابی سیل با استفاده از روش ماسکینگ صورت پذیرفته است. از جمله می‌توان به پژوهش‌های Yoon and Padmanabhan (1993) اشاره نمود که روش‌های متفاوتی برای محاسبه پارامترهای مدل ماسکینگ خطی و غیرخطی ارائه کردند (Yoon and Padmanabhan, 1993). Mahmoudinia et al. (2014) نیز به مقایسه توابع هدف مختلف در تخمین پارامترهای بهینه ماسکینگ خطی و غیرخطی پرداختند که نتایج حاصل از به‌کارگیری توابع هدف مختلف، حاکی از تغییر نتایج و افزایش دقت محاسبات در شبیه‌سازی ماسکینگ خطی و عدم ایجاد تغییرات چشم‌گیر در شبیه‌سازی ماسکینگ غیرخطی است (Mahmoudinia et al., 2014).

روش ماسکینگ خطی، علاوه بر این که این که از دقت مناسبی برخوردار است، نسبت به روش‌های هیدرولیکی و روش‌های ماسکینگ غیرخطی ساده‌تر و کم‌هزینه‌تر نیز می‌باشد (Mahmoudinia et al., 2014). از مزایای عمده روش ماسکینگ خطی نسبت به فرم غیرخطی آن، تعداد پارامترهای کم‌تر می‌باشد و بنابراین تخمین پارامترهای روش خطی به مراتب ساده‌تر از برآورد پارامترهای روش غیرخطی است. نوروزی و بازرگان (۲۰۲۲) با استفاده از روابط موج سینماتیکی، روش خطی ماسکینگ و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)، عمق آب بخش پایین‌دست رودخانه کارون، بین ایستگاه هیدرومتری ملاتانی در بالادست و اهواز در پایین‌دست را با توجه به زمان، برآورد کردند. در این پژوهش، مقادیر میانگین خطای نسبی (MRE) به کل سیل و به بخش دبی اوج ورودی همراه با مقدار مطلق انحرافات مقادیر دبی اوج مشاهده‌شده و روندیابی‌شده (DPO) به ترتیب ۱/۲۹، ۰/۲۴ و ۱/۱۶ درصد تخمین زده شد (Norouzi and Bazargan, 2022). نتایج بررسی دقت روش خطی ماسکینگ در مطالعه Bazargan and Norouzi (2018) در محدوده ایستگاه هیدرومتری ملاتانی و ایستگاه اهواز در بالادست و پایین‌دست رودخانه کارون نشان می‌دهد در صورتی که در روش ماسکینگ، سه مقدار متمایز به جای مقادیر ثابت χ ، k و Δt استفاده شود، دقت تخمین مقادیر محاسبه شده به‌ویژه در بخش اوج هیدروگراف افزایش خواهد یافت. Norouzi and Bazargan (2020) پارامترهای روش خطی را به‌جای استفاده از یک سیلاب اصلی با استفاده از محاسبات مربوط به دو سیل اساسی در قالب هشت مدل مختلف برای دستیابی به هیدروگراف پایین‌دست محاسبه کردند. نتایج نشان داد اگر به‌جای استفاده از پارامترهای روش خطی ماسکینگ یک سیل اساسی، از میانگین حسابی χ ، k و میانگین هندسی Δt مربوط به دو سیل اساسی استفاده شود، برآورد قسمت اوج هیدروگراف سیلاب پایین‌دست بالاترین میزان دقت را دارد. Mahmoudinia et al. (2014) نیز به مقایسه توابع هدف مختلف در تخمین پارامترهای بهینه ماسکینگ خطی و غیرخطی پرداختند که نتایج حاصل از به‌کارگیری توابع هدف مختلف، حاکی از تغییر نتایج و افزایش دقت محاسبات در شبیه‌سازی ماسکینگ خطی و عدم ایجاد تغییرات چشم‌گیر در شبیه‌سازی ماسکینگ غیرخطی است (Mahmoudinia et al., 2014). Lu et al. (2021) برهم‌کنش بین آب‌های زیرزمینی و سطحی را براساس روندیابی جریان با استفاده از روش غیرخطی ماسکینگ-کونژ بهبود یافته مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد که برای چندین مورد، روش پیشنهادی قادر به حصول نتایج شبیه‌سازی بهینه است (Lu et al., 2021). Mai et al. (2023) براساس الگوریتم جستجوی فاخته و بهینه‌سازی ازدحام ذرات کوانتومی-رفتاری، یک بهینه‌سازی ازدحام ذرات کوانتومی-رفتار فاخته را پیشنهاد کردند. الگوریتم ارائه‌شده برای تخمین پارامترهای یک مدل غیرخطی ماسکینگ اعمال شد و نتایج حاکی از عملکرد بسیار خوب این الگوریتم در تخمین پارامترهای این مدل بود (Mai et al., 2023).

با توجه به پژوهش‌های متعددی که به‌منظور برآورد هیدروگراف با استفاده از مدل ماسکینگ انجام شده، در این زمینه مدل‌های بهبودیافته خطی و غیرخطی متفاوتی ارائه شده است. هم‌چنین متغیرهای مدل ماسکینگ خطی و غیرخطی به‌عنوان پارامترهای تصمیم در این پژوهش‌ها با استفاده از روش‌های مختلف از جمله روش‌های بهینه‌سازی پیچیده

حاصل و ارزیابی شدند. از این رو، هدف از پژوهش حاضر ارائه یک روش تقریبی و نسبتاً ساده و با دقت بالا برای روندیابی سیل در رودخانه‌هاست. روش بررسی شده روش ماسکینگام غیرخطی بوده که تخمین پارامترهای آن از طریق روش ترسیم ارائه گردید و از نوآوری مهم پژوهش حاضر به‌شمار می‌رود. در این پژوهش روش ارائه شده بر روی سه رخداد سیل مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت که پارامترهای تخمینی توسط روش مذکور با دو روش دیگر شامل روش ترسیم ماسکینگام خطی و بهینه‌سازی از طریق ابزار Solver در نرم‌افزار اکسل مقایسه گردید.

۲. روش‌شناسی پژوهش

۲.۱. روندیابی سیل براساس مدل ماسکینگام خطی

در این روش معادله جبری خطی (۱) به شرح ذیل استفاده شده است:

$$S = k(\chi I + (1 - \chi)O) \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در آن، k و χ پارامترهای مدل ماسکینگام هستند. ضریب K دارای بعد زمان بوده و مقدار آن تقریباً برابر با فاصله زمانی است که موج سیل از بازه رودخانه عبور می‌کند. ضریب χ ضریب وزنی بدون بعد است که تأثیر نسبی دبی ورودی و خروجی را در حجم ذخیره بیان می‌کند و توجیه‌گر فروکش کردن موج سیل می‌باشد. عبارت kO در رابطه نشان‌دهنده ذخیره منشوری و عبارت $K\chi(I - O)$ نشان‌دهنده ذخیره گوه‌ای می‌باشد.

معادله پیوستگی هیدرولوژیکی به‌صورت زیر می‌تواند نوشته شود (رابطه ۲):

$$\frac{(I_1+I_2)}{2} - \frac{(O_1+O_2)}{2} = S_1 - S_2 \quad \text{رابطه (۲)}$$

رابطه (۲) در ترکیب با رابطه (۱) و حل آن برای O_2 به‌صورت زیر فرموله می‌گردد (رابطه ۳):

$$O_2 = C_1 O_1 + C_2 I_2 + C_3 I_1 \quad \text{رابطه (۳)}$$

که در آن، C_1 ، C_2 و C_3 ضرایب روندیابی هستند و از روابط زیر به‌دست می‌آیند (روابط ۴، ۵ و ۶):

$$C_1 = \frac{-K\chi + 0.5\Delta t}{K - K\chi + 0.5\Delta t} \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$C_2 = \frac{k\chi + 0.5\Delta t}{K - K\chi + 0.5\Delta t} \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$C_3 = \frac{K - K\chi - 0.5\Delta t}{K - K\chi + 0.5\Delta t} \quad \text{رابطه (۶)}$$

رابطه (۷) برای هر بازه زمانی است که در شکل تفاضلات محدود به‌صورت زیر می‌تواند نوشته شود:

$$Q_{i+1}^{k+1} = C_1 Q_{i+1}^k + C_2 Q_i^{k+1} + C_3 Q_i^k \quad \text{رابطه (۷)}$$

که در آن، k گام زمانی و i گام مکانی را نشان می‌دهد. مقادیر Δt یا گام زمانی باید برابر یا بزرگ‌تر از $2K\chi$ انتخاب شود، در غیر این‌صورت ضریب C_2 منفی شده که منجر به رابطه غیرمنطقی خواهد گردید. برای تخمین اولیه پارامترهای K و χ نیاز به هیدروگراف‌های ورودی و خروجی یک سیل معین است. با ترکیب روابط می‌توان مقدار k را از رابطه (۸) تخمین نمود:

$$K = \frac{0.5\Delta t((I_2+I_1)-(O_2+O_1))}{\chi(I_2-I_1)+(1-\chi)(O_2-O_1)} = \frac{P_1}{P_2} \quad \text{رابطه (۸)}$$

سپس با انتخاب مقادیر برای χ و استفاده از هیدروگراف‌های ورودی و خروجی، تغییرات P_1 نسبت به P_2 را رسم نموده، آن مقدار از χ که باعث ایجاد یک خط راست و یا تقریباً یک خط راست در اتصال نقاط مختلف برای دو حالت بازوی بالارونده و پایین‌رونده گردد، مقدار صحیح χ بوده و K نیز برابر با مقدار معکوس شیب خط مذکور خواهد بود. روش فوق برای تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام، روش آزمون و خطای ترسیم نامیده می‌شود.

۲.۲. روندیابی سیل براساس مدل ماسکینگام غیرخطی

شکل غیرخطی مدل ماسکینگام کاربرد وسیعی در روندیابی سیلاب دارد. پژوهش‌های زیادی در مورد انواع غیرخطی مدل ماسکینگام صورت گرفته است. گیل و همکاران (۱۹۷۸) رابطه غیرخطی مدل ماسکینگام را به صورت معادله (۹) پیشنهاد کردند که در مطالعه حاضر نیز از این رابطه استفاده شده است (Gill, 1978).

$$S_t = K[\chi I_t + (1 - \chi)O_t]^m \quad \text{رابطه ۹}$$

در مدل غیرخطی ماسکینگام پارامتر m به عنوان توان به معادله اضافه شده است، که مدل را قادر می‌سازد تا رابطه غیرخطی بین ذخیره تجمعی و جریان را بهتر مدل‌سازی کند. از معادله بالا می‌توان معادله زیر را استخراج کرد:

$$O_t = \left(\frac{1}{1-\chi}\right) \left(\frac{S_t}{K}\right)^{1/m} - \left(\frac{\chi}{1-\chi}\right)I_t \quad \text{رابطه ۱۰}$$

با ترکیب روابط (۹) و (۱۰) معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta S_t}{\Delta t} = -\left(\frac{1}{1-\chi}\right) \left(\frac{S_t}{K}\right)^{1/m} - \left(\frac{\chi}{1-\chi}\right)I_t \quad \text{رابطه ۱۱}$$

در این معادله $\frac{\Delta S_t}{\Delta t}$ تغییرات ذخیره نسبت به زمان می‌باشد. همچنین داریم:

$$S_{t+1} = S_t + \Delta S_t \quad \text{رابطه ۱۲}$$

که در آن، S_{t+1} در این معادله ذخیره در زمان $t+1$ است.

$$O_{t+1} = \left(\frac{1}{1-\chi}\right) \left(\frac{S_{t+1}}{K}\right)^{1/m} - \left(\frac{\chi}{1-\chi}\right)\bar{I}_{t+1} \quad \text{رابطه ۱۳}$$

در این رابطه، O_{t+1} خروجی در زمان $t+1$ است. همچنین در معادله (۱۴):

$$\bar{I}_{t+1} = (I_{t+1} + I_t)/2 \quad \text{رابطه ۱۴}$$

که در آن، \bar{I}_{t+1} متوسط ورودی در دو گام زمانی متوالی t و $t+1$ است. I_t و I_{t+1} به ترتیب ورودی در زمان‌های t و $t+1$ است. متغیرهای تصمیم شامل مجهولاتی است که در فرمول ذخیره غیرخطی ماسکینگام دخیل اند. این متغیرها عبارتند از K (ذخیره‌سازی ثابت که بزرگ‌تر از صفر است)، χ (فاکتور وزنی بدون بعد که نشان‌دهنده اثرات نسبی دبی ورودی-خروجی بر ذخیره‌سازی است) و m که نمای وابستگی است. در این پژوهش، روش آزمون و خطای ترسیمی مختص به روش غیرخطی (متفاوت با نوع خطی مدل) به منظور تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی به کار گرفته شده است. جهت مقایسه و صحت‌سنجی روش ترسیمی ارائه شده برای مدل ماسکینگام غیرخطی، روش بهینه‌سازی با استفاده از جعبه ابزار Solver نیز در نرم‌افزار excel مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه به تشریح این دو روش خواهیم پرداخت.

۲.۲.۱. روش آزمون و خطای ترسیمی

در مدل ماسکینگام غیرخطی مقادیر لگاریتمی این روش در نظر گرفته شده و می‌باید مقدار χ به گونه‌ای انتخاب شود که در درجه اول در محدوده مورد قبول واقع شده، ثانیاً با تعیین بهترین مقدار برای این پارامتر (χ)، حلقه حاصل از نمودار $\log(P_1)$ در مقابل $\log(P_2)$ حتی المقدور به یک خط مستقیم تبدیل گردد. در این حالت شیب خط مستقیم، مقدار m و با توجه به معادله (۱۵)، عرض از مبدأ (b) آن نشان‌دهنده مقدار $m \cdot \log(K)$ می‌باشد.

$$\frac{\log(s)}{y} = m \frac{\log\{\chi I_t + (1 - \chi)O_t\}}{x} + \frac{m \cdot \log(K)}{b} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

از این رو، مقدار K را نیز می‌توان به طریق زیر به دست آورد (رابطه ۱۶):

$$K = \text{Antilog}\left(\frac{b}{m}\right) \quad \text{رابطه ۱۶}$$

۲.۲.۲ روش بهینه‌سازی

با استفاده از جعبه ابزار Solver در نرم‌افزار Excel نیز می‌توان پارامترهای روندیابی، χ و K و m را با به حداقل رساندن معادله (۱۷) و با محاسبه مستقیم تفاوت بین هیدروگراف‌های خروجی مشاهده‌شده و محاسبه‌شده بدست آورد. بدین صورت که برآورد پارامتر مساله روندیابی غیرخطی ماسکینگام را می‌توان با بیان یک رابطه بهینه‌سازی حل کرد. هدف اصلی در این رابطه، به حداقل رساندن اختلاف بین مقادیر خروجی شبیه‌سازی شده و اندازه‌گیری شده است. در اینجا نیز با در نظر گرفتن χ ، K و m به‌عنوان پارامترهای تصمیم مساله، از معیار مجموع مربعات خطا (SSQ) بین مقادیر خروجی شبیه‌سازی شده و اندازه‌گیری شده، به‌عنوان تابع هدف استفاده گردید:

$$SSQ = \sum_{i=1}^N (O_i^c - O_i^o)^2 \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

که در آن، SSQ مجموع مربع انحرافات بین جریان‌های خروجی مشاهده‌شده و محاسبه‌شده، O_i^c و O_i^o به‌ترتیب دبی روندیابی شده و مشاهده‌شده در خروجی رودخانه و N نیز تعداد داده‌های ثبت‌شده می‌باشد. برای یافتن بهترین مقادیر χ ، K ، و m از تکنیک بهینه‌سازی جعبه ابزار Solver در نرم‌افزار excel استفاده شد. با در نظر گرفتن دامنه‌های معقول برای این پارامترها می‌توان قیودی را به روش بهینه‌سازی به‌منظور تسریع همگرایی آن اعمال کرد. در اینجا محدوده مورد استفاده برای هر یک از متغیرها در تمامی مسائل حل شده بدین شرح می‌باشد: $0 \leq \chi \leq 0.5$ ، $0 \leq k \leq 50$ و $1 \leq m \leq 10$. در شکل (۱) مراحل تخمین پارامترهای روش ماسکینگام غیرخطی به دو روش ترسیمی و بهینه‌ساز با استفاده از Solver ارائه گردیده است.

در این پژوهش سه مجموعه داده ثبت‌شده مربوط به هیدروگراف‌های ورودی و خروجی داده‌های سیل ویلسون (۱۹۷۴). سیلاب سال ۱۹۶۰ رودخانه Wye، داده‌های مربوط به واقعه سیل ثبت‌شده در رودخانه کارون، حد فاصل ایستگاه هیدرومتری ملاثانی تا ایستگاه آب‌سنجی اهواز به فاصله ۶۰/۵ کیلومتر که در تاریخ ۱۳۹۰/۱۱/۱۳ لغایت ۱۳۹۰/۱۱/۱۵ رخ داده مورد بررسی قرار گرفت و در آخر نتایج محاسبه و مشاهده‌شده با استفاده از معیارهای میانگین خطای مطلق (MAE)^۱، میانگین مربع خطا (MAE)^۲، میانگین ریشه مربع خطا (RMSE)^۳، میانگین درصد خطای مطلق (MAPE)^۴، ضریب تبیین (R^2) و ضریب کارایی ناش-ساتکلیف (NS) و تابع خطا (ERR)^۵ مورد ارزیابی قرار گرفت، که در آن O_i^o مقدار واقعی، O_i^c مقدار پیش‌بینی شده و n تعداد مشاهدات در داده را مشخص می‌کند. O_A^c و O_A^o نیز به‌ترتیب میانگین داده‌های دبی خروجی مشاهداتی و محاسباتی، σ^o و σ^c به‌ترتیب انحراف معیار داده‌های دبی خروجی مشاهداتی و محاسباتی است. روابط مربوطه در جدول (۱) آورده شده است.

Table 1. Model performance evaluation criteria in flood prediction

$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N O_i^c - O_i^o $	$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \frac{ O_i^c - O_i^o }{O_i^c}$
$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (O_i^c - O_i^o)^2$	$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (O_i^c - O_i^o)^2}{\sum_{i=1}^N (O_i^o - O_A^o)^2}$
$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (O_i^c - O_i^o)^2}$	$ERR = \left(\frac{Q_{p0} - Q_{pe}}{Q_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}}$
$R^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (O_i^o - O_A^o)(O_i^c - O_A^c)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (O_i^o - O_A^o)^2 \sum_{i=1}^N (O_i^c - O_A^c)^2}} \right]^2$	

O_i^o and O_i^c recorded and calculated outflow, N number of records, O_A^o and O_A^c the mean of recorded and calculated outflows σ^o and σ^c the standard deviation of recorded and calculated outflows.



Figure 1. The methodology used in this study for the Muskingum flood routing approach

۳. یافته‌های پژوهش و بحث

۳.۱. سیل Wilson

داده‌های Wilson (1974) یکی از مهم‌ترین داده‌هایی است که برای بسیاری از مطالعات روندیابی سیل به‌روش خطی و غیرخطی ماسکینگام استفاده شده و به‌طور گسترده‌ای در منابع علمی به‌عنوان یک مسأله معیار به‌کار گرفته شده است. این داده‌ها شامل هیدروگراف‌های ورودی و خروجی تک پیک با سهم جریان جانبی کم می‌باشد. داده‌های گزارش‌شده توسط این پژوهش‌گر برای یک نسبت غیرخطی دبی و ذخیره وزنی است و در اکثر مطالعات پیشین برای بازبینی روش‌های مختلف برآورد پارامترهای مدل ماسکینگام غیرخطی استفاده شده است. در داده‌های گزارش‌شده Wilson (1974) تعداد گام‌های زمانی برابر با ۲۱ و طول هر گام زمانی برابر با شش ساعت می‌باشد ($N=21$ و $\Delta t=6$). همان‌گونه در قسمت قبل اشاره شد به‌ترتیب مقادیر

پارامترهای K و χ برای روش ماسکینگام خطی و پارامترهای K ، χ و m در روش ماسکینگام غیرخطی با استفاده از روش ترسیم برآورد می‌گردد. نمودارهای حاصل شده از روش ترسیم در تخمین پارامترهای روش ماسکینگام خطی و غیرخطی در شکل (۲) آورده شده است. مشاهده می‌شود حلقه تشکیل شده در روش ترسیم خطی از یک خط تبعیت نمی‌کند، اما وقتی از داده‌های ذخیره و میانگین وزنی دبی ورودی و خروجی در روش ترسیم غیرخطی لگاریتم گرفته و ترسیم شود، حلقه حاصله را خیلی بهتر می‌توان با یک معادله خط تقریب زد و در همین ابتدا بدون در نظر گرفتن معیارهای مقایسه‌ای می‌توان پیش‌بینی نمود که نتایج حاصل از روش ترسیم غیرخطی بهتر از روش ترسیم خطی خواهد بود.

نتایج تخمین پارامترهای ماسکینگام خطی و غیرخطی با استفاده از روش‌های ترسیم و بهینه‌سازی جعبه ابزار Solver در جدول (۲) قابل مشاهده است. با توجه به مقادیر برآورد شده، مقدار پارامتر χ در روش ترسیم ماسکینگام غیرخطی ($X=0/28$) با اختلاف بسیار ناچیزی از روش Solver ($X=0/26$) حاصل شد. این اختلاف کم در مورد مقادیر پارامتر m نیز صدق می‌کند به گونه‌ای که مقدار برآورد شده برای آن از هر دو روش حدود $m \cong 2/1$ می‌باشد. در مورد مقدار پارامتر K ملاحظه می‌گردد اختلاف مقادیر آن در روش ترسیم غیرخطی و نتایج حاصل از Solver زیاد نبوده و در کل می‌توان گفت روش ترسیم ارائه شده توانسته است برآورد مناسبی از پارامترها ارائه نماید. هیدروگراف‌های خروجی مشاهده شده و محاسبه شده مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی با روش‌های ترسیم و Solver نیز به ترتیب در شکل (۳) قابل مشاهده است. با توجه به هیدروگراف‌های حاصل شده مقادیر دبی خروجی تخمین زده شده با استفاده از روش ترسیم خطی و غیرخطی به ترتیب دارای بیش‌برآوردی و کم‌برآوردی نسبت به مقادیر واقعی بوده اما در کل مشاهده می‌شود روش ترسیم غیرخطی نتایج با دقت بیش‌تری نسبت به نوع خطی آن دارد.

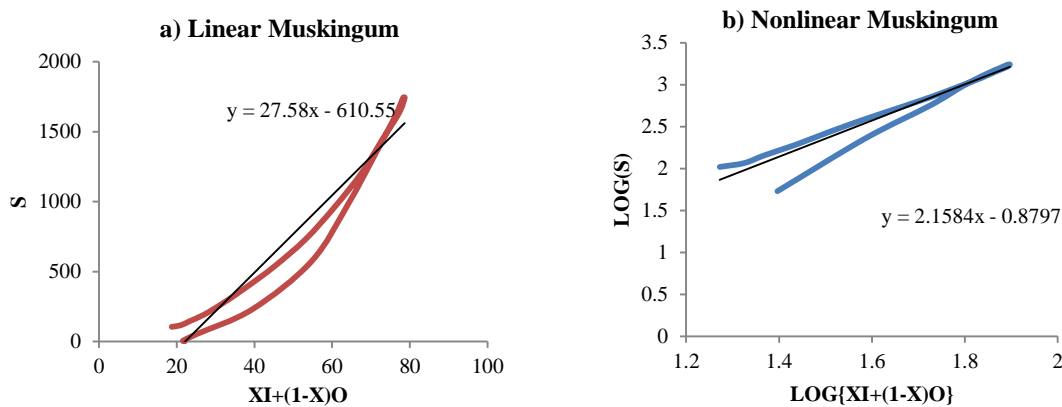


Figure 2. The graphical method for estimating the parameters of the Muskingum model: (a) linear and (b) nonlinear (Wilson flood data)

معیارهای ارزیابی برای سه روش مورد استفاده در جدول (۳) قابل مشاهده است. مشاهده می‌شود اختلاف فاحشی بین مقادیر SSQ در روش‌های ترسیم در مقایسه با روش Solver وجود دارد و به این علت است که در روش Solver هدف کمینه کردن مقادیر SSQ بوده، در حالی که در روش ترسیم هدف بهترین برازش بر روی داده‌های ذخیره است. با این وجود مقدار این معیار ارزیابی در روش ترسیم غیرخطی نتیجه قابل قبول‌تری نسبت به روش خطی داشته است. با توجه به مقادیر معیار مقادیر ERR هر دو روش خطی و غیرخطی مقدار دبی اوج هیدروگراف را دور از مقدار واقعی آن برآورد نموده‌اند با این وجود دیگر معیارهای ارزیابی نیز حاکی از مناسب بودن روش ترسیم غیرخطی نسبت به نوع خطی آن بوده است.

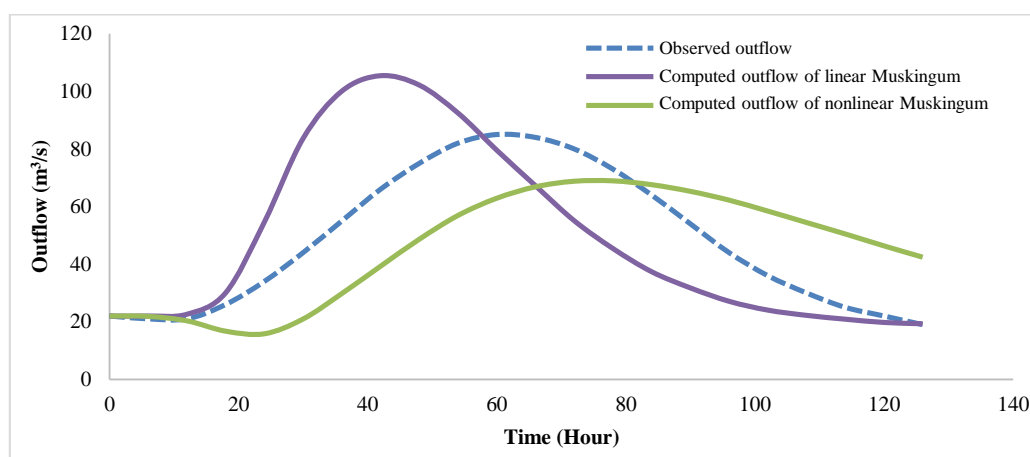


Figure 3. Observed and computed outflow hydrographs of the linear and nonlinear Muskingum model using graphical methods (Wilson flood data)

Table 3. The evaluation criteria of the linear and nonlinear Muskingum model using graphical and Solver methods (Wilson flood data)

Parameters/ Method	Linear Muskingum		Nonlinear Muskingum	
	Graphical	Solver	Graphical	Solver
SSQ	9854.58	7912.89	65.17	65.17
MAD	16.17	16.51	3.57	3.57
MSE	447.94	359.68	108.88	108.88
RMSE	21.16	18.97	10.41	10.41
MAPE	30.60	41.57	7.55	7.55
R(XY)	0.72	0.63	1.00	1.00
NS	0.19	0.35	0.96	0.96
MAE	1.04	-2.5	-0.02	-0.02
ERR	0.44	0.48	0.06	0.06

۲.۳. سیل Wye

در این بخش سیلاب سال ۱۹۶۰ رودخانه Wye در انگلستان مورد بررسی قرار گرفت. رودخانه Wye از اروود (Erwood) تا بلونت (Belmont) ۶۹/۷۵ کیلومتر بدون هیچ‌گونه انشعاب و با ورودی جانبی محدود امتداد دارد. در داده‌های گزارش شده Wye (1960) تعداد گام‌های زمانی برابر با ۳۳ و طول هر گام زمانی برابر با شش ساعت می‌باشد ($N=33$ و $\Delta t=6$). نتایج تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی با استفاده از روش‌های ترسیمی و بهینه‌سازی جعبه ابزار Solver در جدول (۴) قابل مشاهده است. نمودارهای حاصل شده از روش ترسیمی نیز در شکل (۴) آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش ترسیمی غیرخطی نتایج بسیار نزدیکی به روش Solver (که مبنای مقایسه است) ارائه نموده که نشان از دقت بالا و مناسب روش ترسیمی غیرخطی است. قابل ذکر است ماهیت مقادیر پارامترها در روش ترسیمی خطی و غیرخطی کاملاً باهم متفاوت است و اساساً مقادیر پارامترها برای حالت خطی و غیرخطی نباید یکسان باشد، اما به هر حال مقادیر پارامترهای تخمینی روش خطی نیز به لحاظ مفهوم فیزیکی مستتر در آن‌ها آورده شده است. همچنین هیدروگراف‌های خروجی مشاهده شده و محاسبه شده مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی با استفاده از روش ترسیمی در شکل (۵) قابل مشاهده است. به‌کارگیری هر دو روش، مقادیر دبی خروجی را با یک تأخیر زمانی نسبت به داده‌های واقعی برآورد نموده است، اما نکته قابل ذکر این است که علاوه بر این که نتایج حاصل از روش ترسیمی غیرخطی خیلی نزدیک‌تر به داده‌های مشاهداتی است، زمان‌های پیک سیلاب و همچنین مقادیر آن‌ها را به‌خوبی برآورد نموده و نسبت به روش خطی خیلی بهتر عمل نموده است.

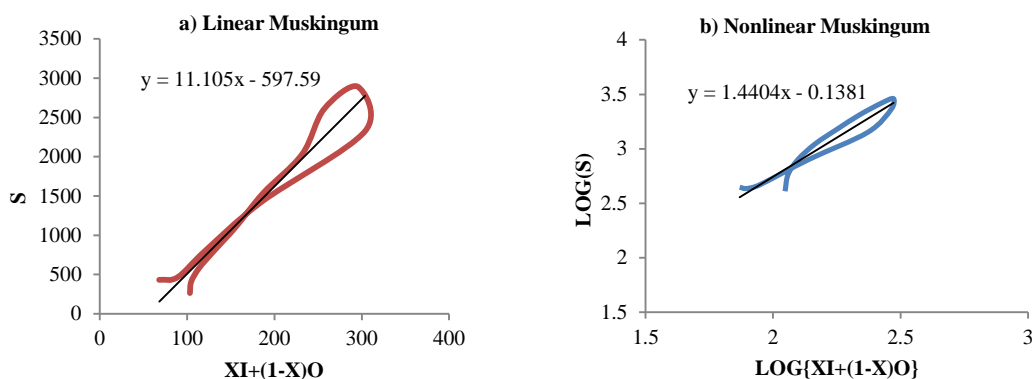


Figure 4. The graphical method for estimating the parameters of the Muskingum model: (a) linear and (b) nonlinear (River Wye)

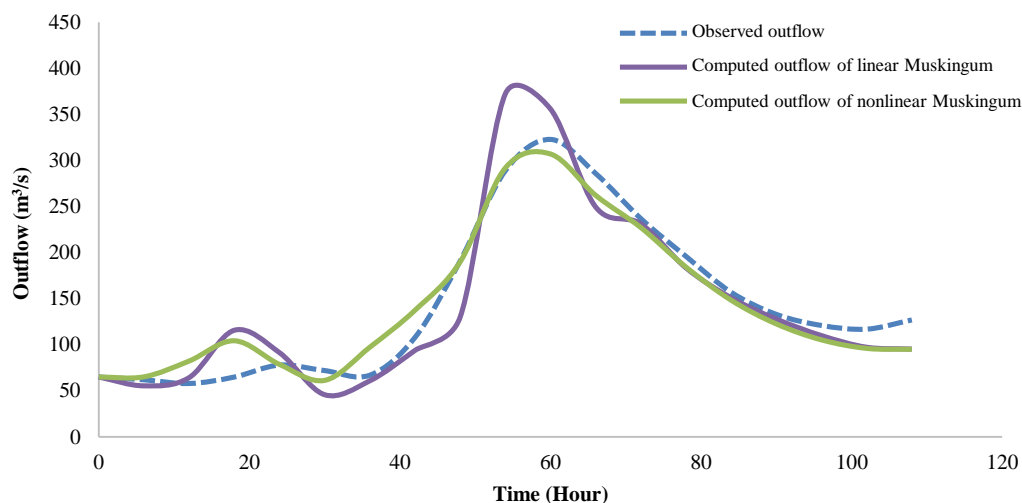


Figure 5. Observed and computed outflow hydrographs of the linear and nonlinear Muskingum model using graphical methods (River Wye)

Table 4. Estimation of linear and nonlinear Muskingum model parameters using graphical compared to SOLVER tool ((River Wye)

Parameters/ Method	Linear Muskingum		Nonlinear Muskingum	
	Graphical	Solver	Graphical	Solver
K	11.10	4.96	0.81	4.96
χ	0.63	0.36	0.25	0.36
m	-	1.18	1.44	1.18

نتایج کلی ارزیابی مدل‌های موردبررسی در مرحله واسنجی براساس معیارهای ارزیابی SSQ ، MAD ، MSE ، $RMSE$ ، $MAPE$ ، $R(XY)$ ، NS ، MAE و ERR در جدول (۵) قابل مشاهده است. این معیارها بر مقایسات چشمی فوق‌الذکر صحنه گذاشته و همان‌طور که ملاحظه می‌گردد به‌طور کمی معیارها گویای بهبود نتایج غیرخطی نسبت به خطی است. در این جدول نیز نتایج معیارهای حاصل از Solver، مبنای مقایسه دو روش خطی و غیرخطی قرار گرفت. شایان ذکر است، نزدیکی مقادیر این معیارها در روش ترسیمی خطی و غیرخطی را می‌توان ناشی از تخمین پارامتر $m=1/44$ در روش غیرخطی دانست، چرا که این مقدار خیلی نزدیک به عدد $m=1$ (یعنی همان حالت خطی) می‌باشد که نشان از غیرخطی بودن ضعیف داده‌های برازش داده شده است و این موضوع از مقایسه حلقه حاصله از روش‌های ترسیمی خطی و غیرخطی در شکل (۴) نیز

قابل مشاهده است. مقادیر معیار ارزیابی ERR نیز حاکی از مناسب‌تر بودن روش غیرخطی در برآورد دبی پیک هیدروگراف سیلاب نسبت به روش خطی بوده که مقدار حاصل شده نیز بسیار نزدیک به مقدار متناظر آن در روش Solver است.

Table 5. The evaluation criteria of the linear and nonlinear Muskingum model using graphical and Solver methods (River Wye)

Parameters/ Method	Linear Muskingum		Nonlinear Muskingum	
	Graphical	Solver	Graphical	Solver
SSQ	18619.23	6998.97	4280.32	
MAD	22.57	15.29	11.63	
MSE	979.96	368.37	225.28	
RMSE	31.30	19.19	15.01	
MAPE	17.18	15.27	11.04	
R(XY)	0.94	0.98	0.99	
NS	0.86	0.95	0.97	
MAE	-2.87	-1.54	-2.44	
ERR	0.36	0.23	0.21	

۳.۳. سیل کارون

در این بخش داده‌های مربوط به واقعه سیل ثبت‌شده در رودخانه کارون، حد فاصل ایستگاه هیدرومتری ملاثانی تا ایستگاه آب‌سنجی اهواز به فاصله ۶۰/۵ کیلومتر که در تاریخ ۱۳۹۰/۱۱/۱۳ لغایت ۱۳۹۰/۱۱/۱۵ رخ داده مورد بررسی قرار گرفت. نتایج تخمین پارامترهای مدل ماسکینگام خطی و غیرخطی با استفاده از روش‌های مورد استفاده در جدول (۶) آورده شده است که در مورد روش‌های ترسیمی خطی و غیرخطی حلقه‌های حاصل شده در شکل (۶) قابل مشاهده می‌باشد. در اینجا نیز تفاوت فاحشی بین مقادیر پارامترهای حاصل از روش‌های غیرخطی (ترسیمی و Solver) با روش خطی ترسیمی وجود دارد که با توجه به ماهیت متفاوت این روش‌ها و پارامترها این‌چنین نیز انتظار می‌رفت. اما نکته قابل توجه نزدیکی مقادیر پارامترهای تخمین زده‌شده توسط روش ترسیمی غیرخطی به نتایج Solver می‌باشد که نشان از دقت مناسب و بالای این روش ترسیمی تقریبی است. مقایسه بصری میان هیدروگراف‌های خروجی محاسبه‌شده توسط روش خطی و غیرخطی نیز در شکل (۷) نیز مؤید این نکته می‌باشد و بالاخره به لحاظ کمی معیارهای ارائه‌شده در جدول (۷) در مورد نتایج روش‌های ترسیمی خطی و غیرخطی و مقایسه با روش Solver که روش دقیق‌تر و مبنا می‌باشد کاملاً حاکی از دقت بالاتر روش ترسیمی غیرخطی در مقابل نوع خطی آن می‌باشد.

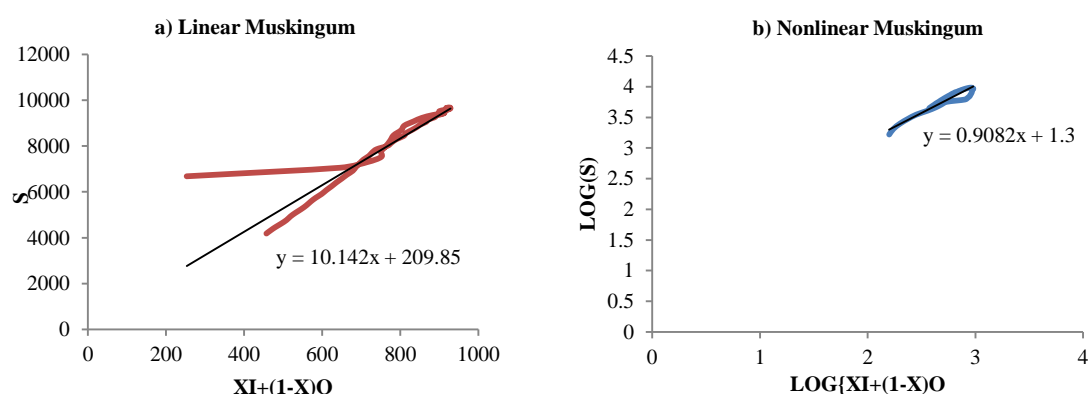


Figure 6. The graphical method for estimating the parameters of the Muskingum model: (a) linear and (b) nonlinear (Karun river)

Table 6. Estimation of linear and nonlinear Muskingum model parameters using graphical compared to SOLVER tool (Karun river)

Parameters/ Method	Linear Muskingum		Nonlinear Muskingum	
	Graphical	Solver	Graphical	Solver
K	10.14	36.61	27.83	36.61
χ	-0.60	0.01	0.001	0.01
m	-	0.82	0.90	0.82

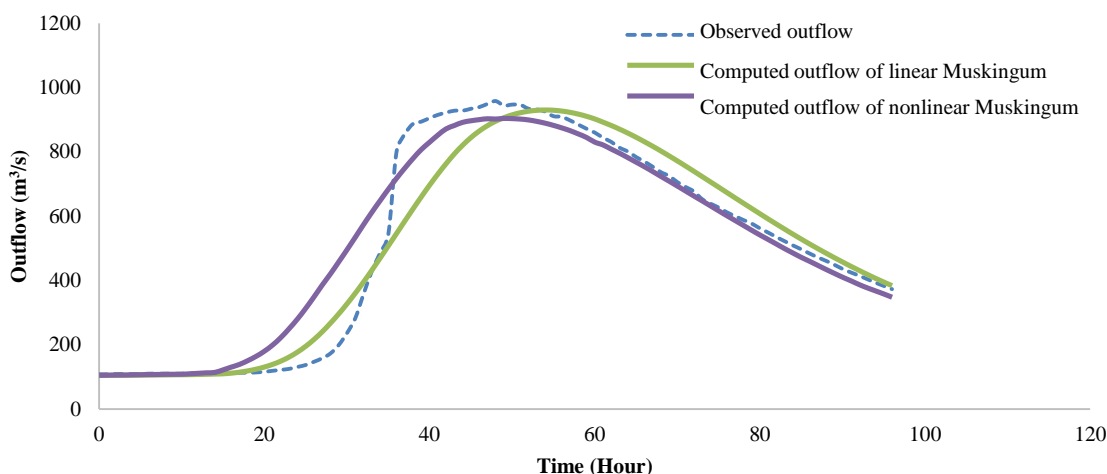


Figure 7. Observed and computed outflow hydrographs of the linear and nonlinear Muskingum model using graphical methods (Karun river)

از مقایسه چشمی شکل (۷) می‌توان چنین استنتاج نمود که مقدار دبی پیک سیلاب محاسبه شده در روش غیرخطی خیلی نزدیک‌تر به داده‌های مشاهداتی نسبت به روش خطی برآورد شده و این موضوع در محاسبات هیدرولوژیکی و به‌ویژه روندیابی از اهمیت بالایی برخوردار است. این موضوع با مقایسه نتایج معیار ارزیابی ERR نیز قابل بررسی است؛ نتایج معیار ارزیابی ERR نیز حاکی از مناسب‌تر بودن روش غیرخطی نسبت به نوع خطی آن و حتی روش بهینه‌سازی Solver، در تخمین دبی اوج هیدروگراف بوده است.

Table 7. The evaluation criteria of the linear and nonlinear Muskingum model using graphical and Solver methods (Karun river)

Parameters/ Method	Linear Muskingum		Nonlinear Muskingum	
	Graphical	Solver	Graphical	Solver
SSQ	663242.18	331849.66	564494.35	331849.66
MAD	51.20	44.50	44.41	44.50
MSE	6837.55	3992.34	3997.79	3992.34
RMSE	82.69	63.18	63.33	63.18
MAPE	19.47	13.21	13.25	13.21
R(XY)	0.97	0.98	0.97	0.98
NS	0.62	0.99	0.98	0.99
MAE	-241.16	15.40	2.20	15.40
ERR	0.24	0.20	0.17	0.20

۴. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر هدف، ارائه یک روش تقریبی و نسبتاً ساده بادقت بالا برای روندیابی سیل در رودخانه‌ها بوده است. روش ارائه‌شده روش ماسکینگام غیرخطی بوده که تخمین پارامترهای آن از طریق به‌کارگیری روش ترسیم ارائه گردید که نوآوری

مهم پژوهش حاضر به شمار می‌رود. در این پژوهش، روش ارائه شده بر روی سه رخدادهای مختلف سیل و مستخرج از پژوهش‌های مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت که پارامترهای تخمینی توسط روش مذکور با دو روش دیگر شامل روش ترسیمی ماسکینگام خطی و بهینه‌سازی از طریق ابزار Solver در نرم‌افزار اکسل مقایسه گردید. مقایسه‌ها و تحلیل حاصل از به‌کارگیری روش مذکور در مجموع به نتایجی منجر گردید که در ادامه آورده شده است. مهم‌ترین نتیجه و نکته در مورد روش ترسیمی غیرخطی این است که این روش یک جایگزین برای روش ترسیمی خطی که به مراتب ساده‌تر است، نمی‌باشد بلکه یک روش تکمیلی است که کاربرد آن برای رخدادهای سیلی است که داده‌های میزان دبی ذخیره در مقابل مقادیر وزنی دبی ورودی و خروجی از یک روند خطی تبعیت نمی‌کند و یا به اصطلاح حلقه حاصله از حالت خطی خارج شده و به نوعی غیرخطی است. شایان ذکر است به لحاظ پیچیدگی مورفولوژیک رودخانه‌ها در حالت واقعی و دخیل بودن عوامل زیاد در بحث روندیابی سیل به‌ویژه در بازه‌های طولانی، در حالت واقعی و در اکثر مواقع روندیابی سیل از حالت خطی خارج شده و در بسیاری از مواقع روش خطی پاسخگو نبوده و یا دقت کافی را ندارد. بنابراین نیاز به یک روش ساده اما با دقت بالا در بحث روندیابی سیل کاملاً محسوس می‌باشد. به‌طور کلی در روش‌های ترسیمی هدف سادگی در به‌کارگیری و حصول نتیجه می‌باشد که روش‌های روندیابی ترسیمی خطی و غیرخطی نیز از این قاعده مستثنی نیستند، اما روش روندیابی ترسیمی غیرخطی فقط به دلیل دقت بالاتر در عین سادگی تخمین پارامترها می‌تواند نسبت به نوع خطی آن برتری داشته باشد. روشن است در رخدادهای سیلی که حلقه حاصل از داده‌های ذخیره از یک روند خطی تبعیت می‌کند، استفاده از روش ترسیمی غیرخطی توصیه نمی‌شود. در تمامی سیل‌های ارائه شده تخمین پارامترهای حاصل از روش ترسیمی غیرخطی خیلی نزدیک به نتایج حاصل از روش Solver اکسل بوده است. قابل ذکر است روش Solver به‌خاطر استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در تخمین پارامترها روش دقیق‌تری نسبت به دو روش ترسیمی بوده و از همین رو مبنای مقایسه مقادیر پارامترهای مدل غیرخطی ماسکینگام قرار گرفت.

روش‌های غیرخطی سه پارامتر شامل پارامتر ضریب ذخیره (K)، پارامتر وزن دبی ورودی و خروجی (λ) و پارامتر نمایی ذخیره (m) می‌باشد که باید تخمین زده شود، این در حالی است که روش‌های خطی فقط شامل دو پارامتر اول می‌باشد و یک پارامتر کم‌تر نسبت به نوع غیرخطی دارد. بنابراین طبیعی است که مقادیر پارامترهای تخمینی مشترک در روش خطی و غیرخطی (شامل K و λ) هیچ‌گونه قرابتی با هم نداشته و گاهی اوقات کاملاً متضاد باشند. اما نکته قابل توجه این است که در روش‌های خطی پارامترهای K و λ دارای مفاهیم فیزیکی هستند. نکته قابل توجه در همه سیل‌های ارائه شده این است که تمامی معیارها و هیدروگراف‌ها نشان از برتری روش ترسیمی غیرخطی نسبت به نوع خطی آن است. مقادیر معیارهای ارزیابی حاصل شده از روش غیرخطی دارای مقادیر قابل اطمینان‌تری نسبت به روش خطی آن است. مقایسه دبی اوج مشاهده‌ای و دبی اوج برآورد شده نشان داد که در اکثر مواقع زمان و مقدار دبی اوج در روش ماسکینگام غیرخطی نسبت به ماسکینگام خطی به داده‌های ثبت شده واقعی نزدیک‌تر است.

۵. پی‌نوشت‌ها

1. Mean Absolute Error
2. Mean Squared Error
3. Root Mean Squared Error
4. Mean Absolute Percentage Error
5. Error function

۶. تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان وجود ندارد.

۷. منابع

- Akan, O. (2006). Open Channel Hydraulics. In *Open Channel Hydraulics*. <https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-6857-6.X5000-0>
- Bazargan, J., & Norouzi, H. (2018). Investigation the Effect of Using Variable Values for the Parameters of the Linear Muskingum Method Using the Particle Swarm Algorithm (PSO). *Water Resources Management*, 32(14), 4763-4777. <https://doi.org/10.1007/s11269-018-2082-6>
- Farzin, S., Singh, V., Karami, H., Farahani, N., Ehteram, M., Kisi, O., Allawi, M., Mohd, N., & El-Shafie, A. (2018). Flood Routing in River Reaches Using a Three-Parameter Muskingum Model Coupled with an Improved Bat Algorithm. *Water*, 10(9), 1130. <https://doi.org/10.3390/w10091130>
- Gill, M. A. (1978). Flood routing by the Muskingum method. *Journal of Hydrology*, 36(3-4), 353-363. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(78\)90153-1](https://doi.org/10.1016/0022-1694(78)90153-1)
- Hsu, M.-H., Fu, J.-C., & Liu, W.-C. (2003). Flood routing with real-time stage correction method for flash flood forecasting in the Tanshui River, Taiwan. *Journal of Hydrology*, 283(1-4), 267-280.
- Jongman, B. (2018). Effective adaptation to rising flood risk. *Nature Communications*, 9(1), 1-3.
- Lu, C., Ji, K., Wang, W., Zhang, Y., Ealotswe, T. K., Qin, W., Lu, J., Liu, B., & Shu, L. (2021). Estimation of the Interaction Between Groundwater and Surface Water Based on Flow Routing Using an Improved Nonlinear Muskingum-Cunge Method. *Water Resources Management*, 35(8), 2649-2666. <https://doi.org/10.1007/s11269-021-02857-9>
- Mahmodinia, S. H., Javan, M., & Eghbalzadeh, A. (2014). *Comparison of different objective function on estimation of linear and non-linear Muskingum model optimum parameters*.
- Mahmoudinia, S., Javan, M., & Eghbalzade, A. (2014). Comparison of different objective function on estimation of linear and non-linear Muskingum model optimum parameters. *WEJ*, 7(20), 29-42. http://wej.miau.ac.ir/article%7B%5C_%7D498.html
- Mai, X., Liu, H.-B., & Liu, L.-B. (2023). A new hybrid cuckoo quantum-behavior particle swarm optimization algorithm and its application in Muskingum model. *Neural Processing Letters*, 55(6), 8309-8337.
- McCarthy, G. T. (1938). The unit hydrograph and flood routing. *Proceedings of Conference of North Atlantic Division, US Army Corps of Engineers, 1938*, 608-609.
- Mosavi, A., Ozturk, P., & Chau, K. (2018). Flood prediction using machine learning models: Literature review. *Water*, 10(11), 1536.
- Norouzi, H., & Bazargan, J. (2022). Calculation of Water Depth during Flood in Rivers using Linear Muskingum Method and Particle Swarm Optimization (PSO) Algorithm. *Water Resources Management*, 36(11), 4343-4361.
- Nourani, V., Mogaddam, A. A., & Nadiri, A. O. (2008). An ANN-based model for spatiotemporal groundwater level forecasting. *Hydrological Processes: An International Journal*, 22(26), 5054-5066.
- Orouji, H., Bozorg Haddad, O., Fallah-Mehdipour, E., & Mariño, M. A. (2014). Flood routing in branched river by genetic programming. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management*, 167(2), 115-123.
- Ponce, V. M., & Lugo, A. (2001). Modeling looped ratings in Muskingum-Cunge routing. *Journal of Hydrologic Engineering*, 6(2), 119-124.
- Todini, E. (1991). Hydraulic and hydrologic flood routing schemes. In *Recent advances in the modeling of hydrologic systems* (pp. 389-405). Springer.
- Yoon, J., & Padmanabhan, G. (1993). Parameter estimation of linear and nonlinear Muskingum models. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(5), 600-610.